

Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava
Fakulta elektrotechniky a informatiky
Katedra kybernetiky a biomedicínského inženýrství

**Aplikace krátkodobé Fourierovy transformace pro
biomedicínské signály – laboratorní úloha**

**Application of Short-time Fourier Transform for Biomedical
Signals – Laboratory Task**

2019

Ondřej Ondryáš

Zadání bakalářské práce

Student:

Ondřej Ondryáš

Studijní program:

B2649 Elektrotechnika

Studijní obor:

3901R039 Biomedicínský technik

Téma:

Aplikace krátkodobé Fourierovy transformace pro biomedicínské
signály – laboratorní úloha
Application of Short-time Fourier Transform for Biomedical Signals
– Laboratory Task

Jazyk vypracování:

čeština

Zásady pro vypracování:

1. Nastudování parametrů biologických signálů s důrazem na stacionaritu signálů.
2. Nastudování časové, frekvenční a časově-frekvenční domény signálů.
3. Rešerše metod frekvenční a časově-frekvenční analýzy signálů.
4. Nastudování metody STFT a její inverze pro zpracování biologických signálů.
5. Tvorba testovací datové báze biologických signálů.
6. Implementace algoritmů pro FFT a STFT pro vybrané biologické signály.
7. Testování, evaluace a objektivní hodnocení analyzovaných metod frekvenční a časově-frekvenční analýzy.
8. Tvorba graficko-uživatelského rozhraní pro analýzu biologických signálů.
9. Tvorba laboratorní úlohy pro implementaci FFT a STFT algoritmů.
10. Zhodnocení výsledků.

Seznam doporučené odborné literatury:

- [1] GACEK, Adam C a Witold PEDRYCZ. *ECG signal processing, classification, and interpretation: a comprehensive framework of computational intelligence*. London: Springer, c2012. ISBN 978-085729-867-6.
- [2] BRUCE, Eugene N. *Biomedical signal processing and signal modeling*. New York: Wiley, c2001. ISBN 0-471-34540-7.
- [3] STANKOVIĆ, Ljubiša, Miloš DAKOVIĆ a Thayannathan THAYAPARAN. *Time-frequency signal analysis with applications*. Norwood, MA: Artech House, c2013. Artech House radar library. ISBN 978-1-60807-651-2.
- [4] BOASHASH, Boualem. *Time frequency signal analysis and processing: a comprehensive reference*. Boston: Elsevier, 2003. ISBN 0-08-044335-4.

Formální náležitosti a rozsah bakalářské práce stanoví pokyny pro vypracování zveřejněné na webových stránkách fakulty.

Vedoucí bakalářské práce: **Ing. Jan Kubíček, Ph.D.**

Datum zadání: 01.09.2018

Datum odevzdání: 30.04.2019



doc. Ing. Jiří Koziorek, Ph.D.
vedoucí katedry

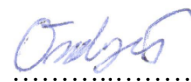


prof. Ing. Pavel Brandštetter, CSc.
děkan fakulty

Prohlášení studenta

Prohlašuji, že jsem tuto bakalářskou práci vypracoval samostatně. Uvedl jsem všechny literární prameny a publikace, ze kterých jsem čerpal.

V Ostravě dne: 30. dubna 2019



.....
podpis studenta

Poděkování

Rád bych poděkoval Ing Janu Kubíčkovi, Ph.D. za odbornou pomoc a konzultaci při vytváření této bakalářské práce.

Abstrakt

Cílem této práce je vytvoření laboratorní úlohy pro implementaci FFT a STFT algoritmů. Teoretická část práce obsahuje popis základních bioelektrických signálů (EKG, EMG, EEG) a rozbor analýzy signálů v časové, frekvenční a časově-frekvenční doméně. Prvním bodem praktické části je tvorba databáze biologických signálů. Dále se praktická část věnuje návrhu a testování algoritmů pro výpočet frekvenčního spektra a spektrogramu. Předposledním bodem práce je tvorba graficko-uživatelského rozhraní pro frekvenční a časově-frekvenční analýzu signálu. Poslední část je věnována laboratorní úloze, ve které se odráží výsledky celé bakalářské práce.

Klíčová slova

FFT, STFT, MATLAB, biologické signály

Abstract

The main point of the thesis is creating laboratory tasks for implementation of FFT and STFT algorithms. The theoretical part of the thesis contains a description of basic bioelectrical signals (ECG, EMG, EEG) and analysis methods of time, frequency and time-frequency domains. The first point of practical part is database of biological signals. Another practical part is focused on the designing and testing of algorithms for calculation of frequency spectrum and spectrogram. Second last point is creation of graphical-user interface for frequency and time-frequency signal analysis. Last point is laboratory task that contains all parts of this bachelor thesis.

Key words

FFT, STFT, MATLAB, biological signals

Obsah

Seznam použitých symbolů a zkratk	9
Seznam ilustrací	10
Seznam tabulek	11
Úvod.....	12
1 Biologické signály.....	13
1.1 Bioelektrické signály	14
1.1.1 Elektrokardiografický signál (EKG)	14
1.1.2 Elektroencefalografický signál (EEG).....	16
1.1.3 Elektromyografický signál (EMG).....	18
2 Časová a frekvenční analýza signálů	19
2.1 Časová doména signálu	19
2.2 Frekvenční doména signálu	20
2.2.1 Fourierovy řady	20
2.2.2 Fourierova transformace.....	21
2.2.3 Diskrétní Fourierova transformace.....	21
2.2.4 Rychlá Fourierova transformace	21
2.2.5 Periodogram	24
3 Metody časově frekvenční analýzy	25
3.1 Metoda STFT.....	25
3.2 Gaborova transformace.....	27
3.3 Vlnková transformace.....	28
3.4 S – transformace	29
3.5 Wignerova distribuce.....	30
4 Úvod do časově frekvenční analýzy	31
5 Analýza biologických dat.....	32
5.1 EKG signály.....	32
5.2 EEG signály	33
5.3 EMG signály.....	34

6	Implementace Rychlé Fourierovy transformace (FFT).....	35
6.1	Funkce FFT (MATLAB)	35
6.2	Vlastní implementace FFT.....	35
6.3	Frekvenční spektra vybraných biologických signálů.....	37
7	implementace Krátkodobé Fourierovy transformace (STFT).....	39
7.1	Tvar okenní funkce	39
7.2	Délka okenní funkce	41
7.3	Funkce spektrogram (MATLAB)	41
7.4	Inverzní STFT (MATLAB)	42
7.5	Vlastní implementace STFT	43
8	Testování STFT pro reálná biologická data	45
8.1	Testování vlivu tvaru okenní funkce	45
8.1.1	Stacionární signály	45
8.1.2	Nestacionární signály	48
8.2	Analýza časového a frekvenčního rozlišení.....	51
9	Kvantitativní testování	54
9.1	Výpočetní náročnost DFT a FFT	54
9.2	Vliv šumu na spektrogram.....	56
9.2.1	Geneze bílého šumu	56
9.2.2	Střední kvadratická chyba (MSE).....	58
9.2.3	Korelace.....	59
10	Graficko-uživatelské rozhraní (GUI)	60
11	Laboratorní úloha	63
	Závěr	64
	Použitá literatura	65
	Seznam příloh.....	67

Seznam použitých symbolů a zkratek

CWT – spojitá vlnková transformace (Continuous Wavelet Transform)

DFT – diskrétní Fourierova transformace (Discrete Fourier transform)

DWT – spojitá vlnková transformace (Discrete Wavelet Transform)

EEG – elektroencefalogram

EKG – elektroencefalogram

EMG – elektromyogram

FFT – rychlá Fourierova transformace (Fast Fourier transform)

FT – Fourierova transformace

GUI – graficko-uživatelské rozhraní (Graphical User Interface)

IFFT – inverzní rychlá Fourierova transformace (inverse Fast Fourier transform)

ISTFT – inverzní Krátko-dobá Fourierova transformace (inverse Short-time Fourier transform)

MSE – střední kvadratická chyba (Mean squared error)

PSD – výkonová spektrální hustota (Power spectral density)

SNR – poměr výkonů signálu a šumu

STFT – Krátko-dobá Fourierova transformace (Short-time Fourier transform)

WT – vlnková transformace (Wavelet transform)

ψ – vlnka (WT)

Seznam ilustrací

Obrázek 1: Deterministický a harmonický signál.....	13
Obrázek 2: Křivka EKG [1].....	15
Obrázek 3: Křivka EEG a její rozložení na vlny [1].....	16
Obrázek 4: signál EMG (nahore) a jeho výkonová hustota spektra (dole) [1]	18
Obrázek 5: Motýlkové schéma FFT algoritmu redukce času	23
Obrázek 6: Motýlkové schéma FFT algoritmu redukce kmitočtu	23
Obrázek 7: Násobení segmentu signálu okenní funkcí [8]	25
Obrázek 8: průběh signálu EKG a jeho spektrogram získaný pomocí STFT	26
Obrázek 9: průběh signálu EKG a jeho spektrogram získaný pomocí Gaborovy transformace.....	27
Obrázek 10: průběh signálu EKG a jeho škálogram získaný pomocí Vlnkové transformace [15]....	28
Obrázek 11: průběh signálu EEG a jeho spektrogram získaný pomocí S – transformace [16]	29
Obrázek 12: signál EKG s arytmii a jeho spektrogram získaný pomocí Wignerovy distribuce [14]	30
Obrázek 13: ukázka signálů EKG.....	32
Obrázek 14: ukázka signálů EEG	33
Obrázek 15: ukázka signálů EMG	34
Obrázek 16: Spektrogramy přednastavené funkce a vlastní implementace FFT pro EKG.....	36
Obrázek 17: průběh a frekvenční spektrum EKG signálu s předčasnou systolou síní.....	37
Obrázek 18: průběh a frekvenční spektrum epileptického EEG signálu	38
Obrázek 19: průběh a frekvenční spektrum myopatického EMG signálu	38
Obrázek 20: Obdelníkové okno v časové a frekvenční doméně	39
Obrázek 21: Trojúhelníkové okno v časové a frekvenční doméně	40
Obrázek 22: Hannovo okno v časové a frekvenční doméně	40
Obrázek 23: Hammingovo okno v časové a frekvenční doméně.....	40
Obrázek 24: Blackmanovo okno v časové a frekvenční doméně	41
Obrázek 25: Spektrogram EKG a ISTFT.....	42
Obrázek 26: Vývojový diagram STFT.....	43
Obrázek 27: Spektrogram vlastní implementace STFT	44
Obrázek 28: Spektrogram harmonického signálu (obdelníkové okno).....	45

Obrázek 29: Spektrogram harmonického signálu (hammingovo okno)	46
Obrázek 30: spektrogram EKG (obdelníkové okno)	47
Obrázek 31: spektrogram EKG (hannovo okno)	47
Obrázek 32: spektrogram EEG (blackmanovo okno, překrytí oken 50 %)	48
Obrázek 33: spektrogram EEG (blackmanovo okno, překrytí oken 0 %)	49
Obrázek 34: spektrogram EMG (hammingovo okno)	50
Obrázek 35: spektrogram EMG (bartlettovo okno)	50
Obrázek 36: spektrogram EKG (délka okna 16).....	51
Obrázek 37: spektrogram EKG (délka okna 128).....	52
Obrázek 38: spektrogram EKG (délka okna 256).....	52
Obrázek 39: spektrogram EEG (délka okna 16)	53
Obrázek 40: spektrogram EEG (délka okna 512)	53
Obrázek 41: Sloupcový graf závislosti doby výpočtu DFT a FFT na počtu vzorků signálu	55
Obrázek 42: Spektrogram EKG bez šumu	57
Obrázek 43: Spektrogram EKG signálu s bílým šumem (SNR = 5 dB).....	57
Obrázek 44: Křivka MSE spektrogramů signálu a signálu s aditivním šumem.....	58
Obrázek 45: Korelační křivka spektrogramů signálu a signálu s aditivním šumem	59
Obrázek 46: GUI - EEG.....	60
Obrázek 47: GUI - EKG	61
Obrázek 48: GUI - výjimky	62
Obrázek 49: Vývojový diagram DFT	63

Seznam tabulek

Tabulka 1: Bioelektrické signály [1]	14
Tabulka 2: Testování DFT a FFT	55

Úvod

Běžně jsou biologické signály, zejména EKG, analyzovány v časové a frekvenční doméně. Patologické jevy ovšem někdy nebývají v časové nebo frekvenční analýze zřetelné. Také velmi závisí na zkušenostech a koncentraci lékaře. Proto se začala vyvíjet časově-frekvenční analýza signálu, která je schopna odhalit vícesložkovou povahu signálu. Tato analýza má veliký význam pro nestacionaritu signálu, která je důsledkem náhlých signálových změn. Tyto signálové změny mohou být způsobeny různými patologiemi. Tato analýza tedy umožňuje včasnou a přesnou detekci některých patologických jevů. Časově frekvenční analýza umožňuje plynulý pohyb mezi časovou a kmitočtovou oblastí. Časovou osu můžeme vyměnit za osu frekvence nebo osu zeslabení a naopak.

Teoretická část této práce se zabývá nastudováním parametrů biologických signálů, zejména signálů EKG, EEG, EMG. Další bodem teoretické části je nastudování metod analýzy signálu v časové frekvenční a časově-frekvenční oblasti.

Praktická část se věnuje návrhu vlastních algoritmů DFT, FFT a STFT. Při testování algoritmu pro výpočet frekvenčního spektra byl brán důraz především na výpočetní náročnost (rychlost algoritmů), proto byla testována doba výpočtu při různých délkách signálu, v porovnání s funkcí FFT v prostředí MATLAB. Šum je jeden z velkých problémů při záznamu biologických signálů, a proto je v této práci zkoumán také vliv šumu na spektrogram a objektivní evaluace vlivu šumové intenzity na výsledek časově-frekvenční analýzy.

Dalším bodem této práce bylo vytvoření graficko-uživatelského prostředí pro analýzu biologických signálů ve frekvenční a časově-frekvenční doméně.

Hlavním cílem této bakalářské práce je laboratorní úloha. Studenti při vypracování této laboratorní úlohy prohloubí své znalosti analýzy signálů. Naučí se vytvářet algoritmy pro výpočet frekvenčního spektra a osvojí si časově frekvenční analýzu biologických signálů pomocí STFT.

1 Biologické signály

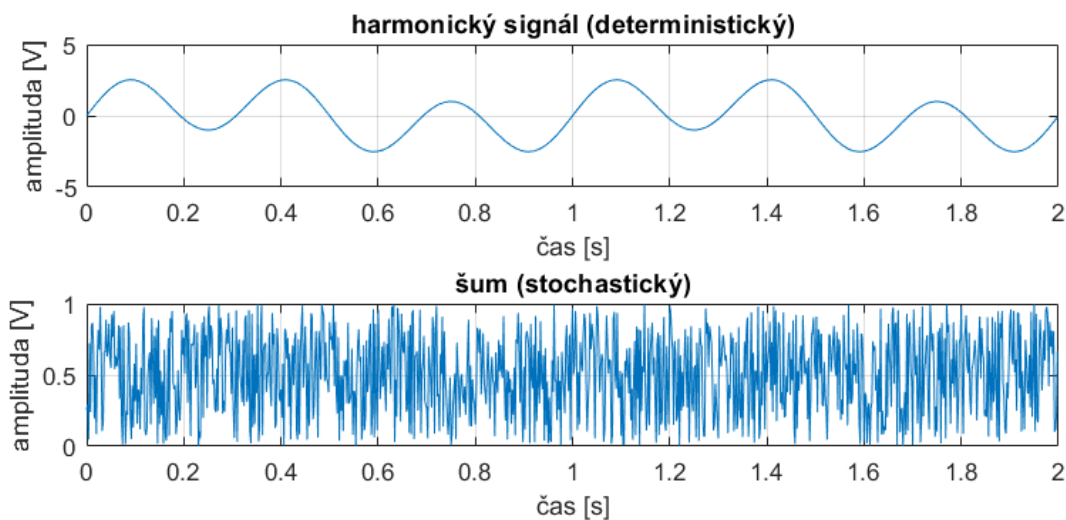
Signál je veličina nesoucí informaci. Tato veličina bývá závislá na jiné veličině (většinou na čase). Základní rozdělení signálu je na deterministické a stochastické:

- **Deterministické**

Hodnoty těchto signálů lze v daném čase jednoznačně určit. Signál lze tedy zapsat jako analytickou funkci s proměnnou.

- **Stochastické**

Tyto signály se také nazývají nahodilé. Tyto signály nelze popsat rovnicí. Popisují se parametry jako jsou: střední hodnota, střední nebo výkon rozptyl. Tyto signály bývají většinou šum v užitečném signálu. Ukázka deterministického a stochastického signálu je na obrázku 1.



Obrázek 1: Deterministický a harmonický signál

Biologické signály neboli biosignály jsou signály, které mají svůj původ v živém organismu. Bývají vyvolány životními procesy v organismu nebo bývají vyvolány uměle, vnějším působením na organismus. Z fyzikální stránky jsou biosignály rozděleny na bioelektrické, bioimpedanční, bioakustické, biomechanické a biochemické signály. [1]

1.1 Bioelektrické signály

Tyto signály mají původ v elektrických dějích na membránách dráždivých buněk. Bioelektrický signál vzniká současnou činností takovýchto buněk. Nejčastěji se s nimi setkáváme jako s grafickým znázorněním průběhu elektrické aktivity orgánu v čase. Základní bioelektrické signály jsou vypsány níže. [1]

Tabulka 1: Bioelektrické signály [1]

Biosignál	upp	frekvenční pásmo	snímání
EKG	0,5 mV - 5 mV	0,01 Hz - 250 Hz	povrchové el.
EEG	5 μ V - 300 mV	0,1 Hz – 100 Hz	povrchové el.
	5 μ V - 10 mV	0,1 Hz – 100 Hz	podpovrchové el.
ECoG	5 μ V - 10 mV	0,1 Hz – 100 Hz	povrchové el.
EMG	0,1 mV - 10 mV	0,01 Hz - 10 kHz	povrchové el.
	50 μ V - 5 mV	0,01 Hz - 10 kHz	podpovrchové el.
EGG	0,1 mV - 10 mV	0,01 Hz - 5 Hz	nitrožaludeční el.
	10 μ V - 500 μ V	0,01 Hz - 5 Hz	povrchové el.

1.1.1 Elektrokardiografický signál (EKG)

Jedná se o biosignál srdce. Vzniká v srdeční svalovině a v převodním systému srdečním. Pro snímání EKG se většinou využívají povrchové končetinové a hrudní elektrody. V případě operačního zákroku se signál může snímat přímo z povrchu srdce. Analýzou EKG se zjišťují patologické jevy, jejich místa vzniku a příčiny vzniku. [1]

Elektrokardiogram je grafický výstup elektrokardiografu a zaznamenává elektrickou aktivitu srdce v čase. Díky jednoduchosti měření a množství poskytovaných informací je EKG klíčovým prvkem v určování klinických diagnóz. Analýza EKG může poskytnout informace o vyvíjejícím se infarktu myokardu, různých arytmiích nebo působení hypertenze. [2]

Křivka EKG (Obrázek 2) se skládá z následujících vln, kmitů, komplexů a intervalů:

- **Vlna P**

Vlna P vzniká depolarizací síní a je ve všech svodech EKG kladná. Výška P vlny bývá 0,1–0,15 mV. Doba trvání je přibližně 100 ms. [1]

- **Interval PQ**

Vymezuje dobu od počátku vlny P po začátek komorového komplexu. Délka intervalu bývá 120–200 ms v závislosti na rychlosti srdečního tepu.

- **Komorový komplex**

Tento komplex se skládá z kmitů Q, R a S. Během tohoto komplexu dochází k depolarizaci komor a k repolarizaci síní. Negativní kmit Q je prvním kmitem komplexu a mívá až čtvrtinovou amplitudu kmitu R. Doba jeho trvání je do 30 ms. Po kmitu Q následuje kmit R, jehož amplituda nabývá hodnot až několika mV. Posledním kmitem komplexu je kmit S. Bývá negativní s amplitudou až 0,8 mV a trváním přibližně 50 ms. Celý QRS komplex trvá 50–110 ms. [3]

- **Interval QT**

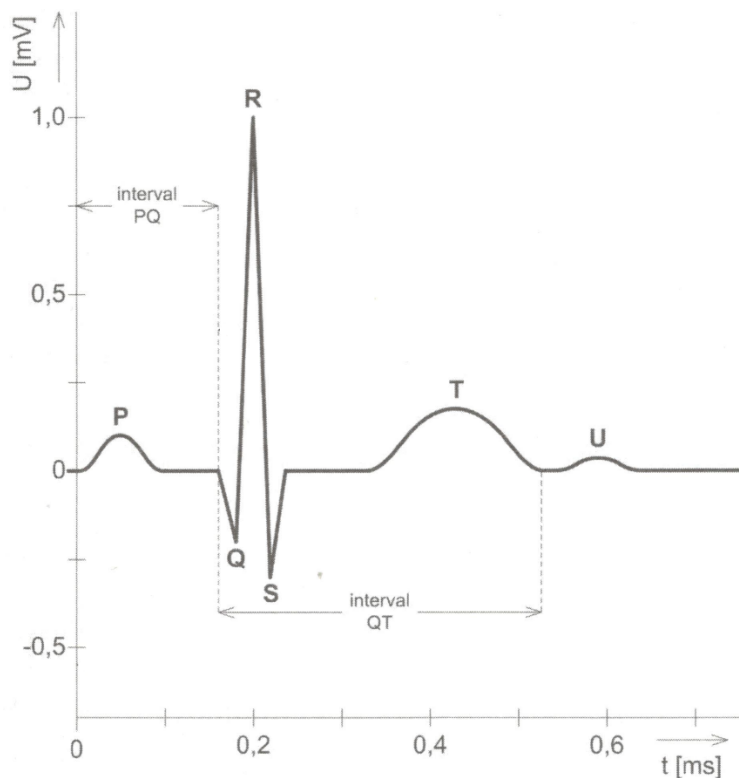
Tento interval je ohraničen počátkem vlny Q a koncem kmitu T. Doba jeho trvání je 350–450 ms. Po jeho dobu setrvávají komory v systole. [3]

- **Vlna T**

V době trvání této vlny dochází k repolarizaci komor. Vlna nabývá amplitudy až 0,8 mV a trvá podobu až 300 ms. [3]

- **Vlna U**

Tato vlna je kladná a dosahuje třetiny amplitudy vlny T. Důvod vzniku této vlny není jasný. [3]

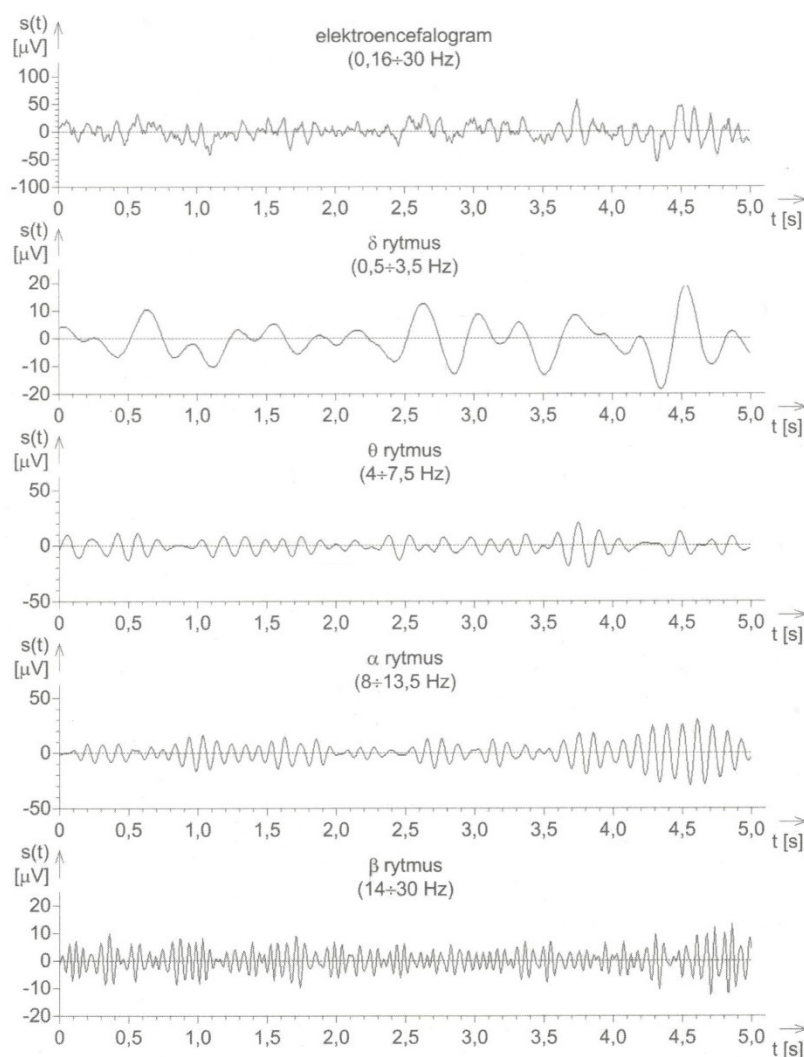


Obrázek 2: Křivka EKG [1]

1.1.2 Elektroencefalografický signál (EEG)

Tento signál vzniká činností mozkových neuronů. Při klinických vyšetřeních bývá signál snímán povrchovými elektrodami. Podpovrchové elektrody se využívají při operačních výkonech pro lepší lokalizaci. Analýzou EEG se dají zjistit mnohé patologie mozku (nádorová onemocnění, epilepsie, poruchy spánku). [1]

Elektroencefalogram je grafický výstup encefalografu. Charakter EEG signálu je závislý na stupni aktivity mozkové kůry. Mozková aktivita se výrazně liší při bdělosti a při spánku. Tato aktivita je rozdělena do pásem podle frekvence. Většina signálů mozku snímaných z pokožky hlavy je v rozmezí 1–40 Hz. EEG frekvenční pásma jsou Delta (δ), Théta (τ), Alfa (α) a Beta (β) a Gama (γ). [2]



Obrázek 3: Křivka EEG a její rozložení na vlny [1]

- ***Rytmus Alfa***

Nachází se v rozmezí 8 Hz až 12 Hz. Největší amplitudy nabývá při zavřených očích (30–100 μV) a je zaznamenáván v zadní části hlavy. [2]

- ***Rytmus Beta***

Tomuto rytmu odpovídá frekvence 14 Hz až 20 Hz. Tento rytmus je měřen na přední části hlavy a je dominantní u pacientů bdělých a úzkostlivých. Amplituda Beta aktivity nepřesahuje 20 μV . [2]

- ***Rytmus Théta***

Aktivita tohoto rytmu se pohybuje v rozmezí 3,5 Hz až 7,5 Hz. Tato aktivita se běžně vyskytuje u dětí do 13 let a u spících pacientů. U bdělých dospělých pacientů se považuje za patologický jev. Amplituda může dosahovat až 15–25 μV . [2]

- ***Rytmus Delta***

Tento rytmus nabývá frekvence 3 Hz a nižší. Mívá největší amplitudu ze všech rytmů. Bývá dominantní u kojenců do jednoho roku a ve třetí a čtvrté fázi spánku. Amplituda nabývá hodnot 75–150 μV . [2]

- ***Rytmus Gama***

Se nachází v rozmezí 40 Hz až 70 Hz. Tato aktivita je spojována s vědomím. Někdy bývá Gama rytmus spojen s rytmem Beta. [2]

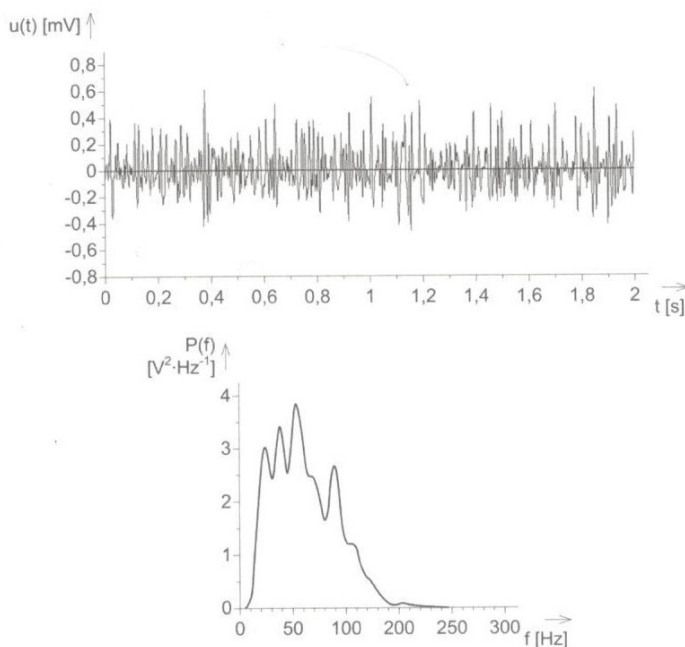
1.1.3 Elektromyografický signál (EMG)

Jedná se o signál vznikající činností kosterního svalstva. Signál vyvolávají jednotlivé akční potenciály svalových vláken. Je snímán povrchovými nebo intramuskulárními elektrodami. [1]

Elektromyogram je grafický výstup elektromyografu. Pomocí EMG se zjišťují mechanické vlastnosti svalů při kontrakci a v klidovém stavu. Elektrická aktivita se zaznamenává pomocí dvou elektrod, které jsou umístěny intramuskulárně nebo povrchově. EMG se používá k diagnóze neuropatie a myopatie. [2]

Klidový svalový membránový potenciál se pohybuje okolo -70 mV, při pohybu svalu tento potenciál vzroste na $50\text{ }\mu\text{V}$ až 30 mV. [2]

Díky intramuskulárnímu EMG se dá dobře určit místo vzniku signálu a měřit elektrický potenciál jen několika určitých motorických jednotek. Z důvodu absence rozhraní mezi elektrodou a kůží u invazivního snímání je možno snímat EMG v širokém frekvenčním pásmu, které sahá až k 10 kHz. Kvůli malé ploše a dobré lokalizaci elektrod se špičkové napětí měřeného signálu pohybuje v řádech stovek μV . [1]



Obrázek 4: signál EMG (nahore) a jeho výkonová hustota spektra (dole) [1]

Při povrchovém snímání EMG je signál zaznamenán z velkého množství motorických jednotek. Špičkové napětí takového signálu dosahuje hodnoty 10 mV. Rozhraní mezi elektrodou a pokožkou a množství tkáně omezuje horní hranici frekvenčního pásma na 500 Hz. Frekvenční složky přesahující tuto hodnotu nelze rozlišit od šumu. Hlavní část výkonového spektra se nachází v rozmezí 50 – 150 Hz (Obrázek 4). [1]

2 Časová a frekvenční analýza signálů

Tato část práce se zabývá analýzou signálů v časové a frekvenční doméně.

2.1 Časová doména signálu

Jakýkoliv deterministický signál lze zapsat jako funkci závislosti na čase $x(t)$. Nevýhodou časové domény signálu je, že neposkytuje žádné informace o distribuci frekvenčních komponent. To značně limituje zpracovávání biomedicínských signálů, které jsou charakteristické svými frekvenčními pásmy (např. EEG). [4]

Mezi nejdůležitější parametry signálu zjistitelných z časové domény jsou střední hodnota signálu, okamžitý výkon signálu a střední výkon signálu.

Vztah pro výpočet střední hodnoty signálu:

$$\overline{x(t)} = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) dt \quad (2.1.1)$$

Vztah pro výpočet okamžitého výkonu signálu:

$$P(t) = x^2(t) \quad (2.1.2)$$

Vztah pro výpočet středního výkonu signálu:

$$P = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x^2(t) dt \quad (2.1.3)$$

Vztah pro výpočet konvoluce:

$$x(t) * w(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)w(t + \tau)dt \quad (2.1.4)$$

Vztah pro výpočet korelační funkce signálu:

$$R(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-\infty}^{\infty} x(t)x(t + \tau)dt \quad (2.1.5)$$

2.2 Frekvenční doména signálu

Velké množství biologických signálů se vyznačuje svou periodicitou. Proto je někdy výhodnější tyto signál zkoumat z hlediska frekvenční domény. Například tepovou frekvenci srdce je srozumitelnější vyjádřit jako 72 bpm , namísto zápisu, ke kterému by nás nutila časová doména, že interval RR je $0,833 \text{ s}$.

Frekvenční doména umožňuje zkoumat frekvenční obsah signálu. Umožňuje zjistit amplitudu, fázi a výkon jednotlivých frekvenčních složek. Dále nabízí možnost eliminovat artefakty a šum na základě frekvenčních komponent na základě selekce frekvenčních komponent v rámci filtrace signálu ve frekvenční doméně. [4]

V této kapitole budou popsány základní metody pro frekvenční analýzu signálů. Zejména Fourierovy řady, Fourierova transformace, diskrétní Fourierova transformace a algoritmy pro rychlou Fourierovu transformaci.

2.2.1 Fourierovy řady

Pomocí Fourierovy řady lze vyjádřit periodický signál jako superpozici elementárních kosinových průběhů, jejichž frekvence je celistvým násobkem základního kmitočtu signálu. [7]

$$x(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos\left(\frac{k \cdot 2\pi t}{T}\right) + b_k \sin\left(\frac{k \cdot 2\pi t}{T}\right) \quad (2.2.1)$$

Pro koeficienty a_0 , a_k a b_k platí:

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt \quad (2.2.2)$$

$$a_k = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) \cos\left(\frac{k \cdot 2\pi t}{T}\right) dt \quad (2.2.3)$$

$$b_k = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) \sin\left(\frac{k \cdot 2\pi t}{T}\right) dt \quad (2.2.4)$$

kde

T = perioda funkce

$k = 1, 2, 3 \dots$

V praxi spočívá řešení Fourierovy řady ve zjištění amplitudy a fázového posunu jednotlivých harmonických složek. [7]

$$A_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2} \quad (2.2.5)$$

$$\cos \varphi_k = \frac{a_k}{A_k} \quad (2.2.6)$$

2.2.2 Fourierova transformace

Jedná se o rozšíření Fourierových řad. Fourierova transformace (dále jen FT) se využívá k popsání signálu v kmitočtové oblasti. Narozdíl od Fourierovy řady lze pomocí FT převést do frekvenční oblasti i neperiodické signály. Dále se FT narozdíl od Fourierových řad počítá pro nekonečně dlouhý interval. FT se nejčastěji počítá podle vztahu níže. [7]

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-j\omega t} dt \quad (2.2.7)$$

kde

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

Pro zpětné sestavení signálu z FT se využívá inverzní Fourierova transformace popsaná vztahem:

$$x(t) = \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega)e^{j\omega t} d\omega \quad (2.2.8)$$

2.2.3 Diskrétní Fourierova transformace

Předešlé dvě metody lze využít jen tehdy, pokud je potřeba zjistit frekvenční spektrum spojitého signálu. V praxi se většinou pracuje s diskrétními signály, a proto je potřeba předešlé vztahy upravit. [7]

Vztah pro výpočet spektra diskrétního signálu:

$$F(k) = \sum_{i=0}^{N-1} f(i) e^{-j2\pi \frac{ki}{N}} \quad (2.2.9)$$

kde

N = počet vzorků signálu

$$k = 1, 2, 3 \dots$$

Pro zpětnou rekonstrukci signálu se využívá vztah:

$$f(i) = \sum_{k=0}^{N-1} F(k) e^{j2\pi \frac{ki}{N}} \quad (2.2.10)$$

Hlavní nevýhodou je časová náročnost výpočtu DFT. Pro každou složku f_i je potřeba provést N operací. To dává N^2 operací pro výpočet DFT. [7]

2.2.4 Rychlá Fourierova transformace

V anglických textech se rychlá Fourierova transformace vyskytuje jako Fast Fourier transform (FFT). FFT zrychluje výpočet DFT díky minimalizace počtu násobení. Využívá k tomu několika algoritmů. Nejpoužívanější jsou Algoritmy Cooleyho a Tukeyho. Jedná se o algoritmy redukce času a redukce kmitočtu. [7]

- **Redukce času**

Algoritmus redukce času vychází ze zápisu DFT:

$$F(k) = \sum_{i=0}^{N-1} f(i) \left(e^{-j\frac{2\pi}{N}} \right)^{ki} \quad (2.2.11)$$

který je přepsán na součet vektorů lichých a sudých složek signálu.

$$\begin{aligned} F_k &= f_0 \left(e^{-j\frac{2\pi}{N}} \right)^0 + \dots + f_{(N-1)} \left(e^{-j\frac{2\pi}{N}} \right)^{k(N-1)} \\ F_k &= \left[f_0 \left(e^{-j\frac{2\pi}{N}} \right)^0 + f_2 \left(e^{-j\frac{2\pi}{N}} \right)^{2k} + \dots + f_{(N-2)} \left(e^{-j\frac{2\pi}{N}} \right)^{k(N-2)} \right] \\ &+ \left(e^{-j\frac{2\pi}{N}} \right)^k \left[f_1 \left(e^{-j\frac{2\pi}{N}} \right)^0 + f_3 \left(e^{-j\frac{2\pi}{N}} \right)^{2k} + \dots + f_{(N-1)} \left(e^{-j\frac{2\pi}{N}} \right)^{k(N-2)} \right] \end{aligned} \quad (2.2.12)$$

Závorky levé strany rovnice představují Fourierovy transformace dvou posloupností

$(f_1, f_3, f_{(N-1)})$ a $(f_0, f_2, f_{(N-2)})$. Každá posloupnost má $N/2$ prvků. První polovina hodnot je získána rozdělením transformace na dvě poloviny. Zbývá část F_k se získá z úvahy:

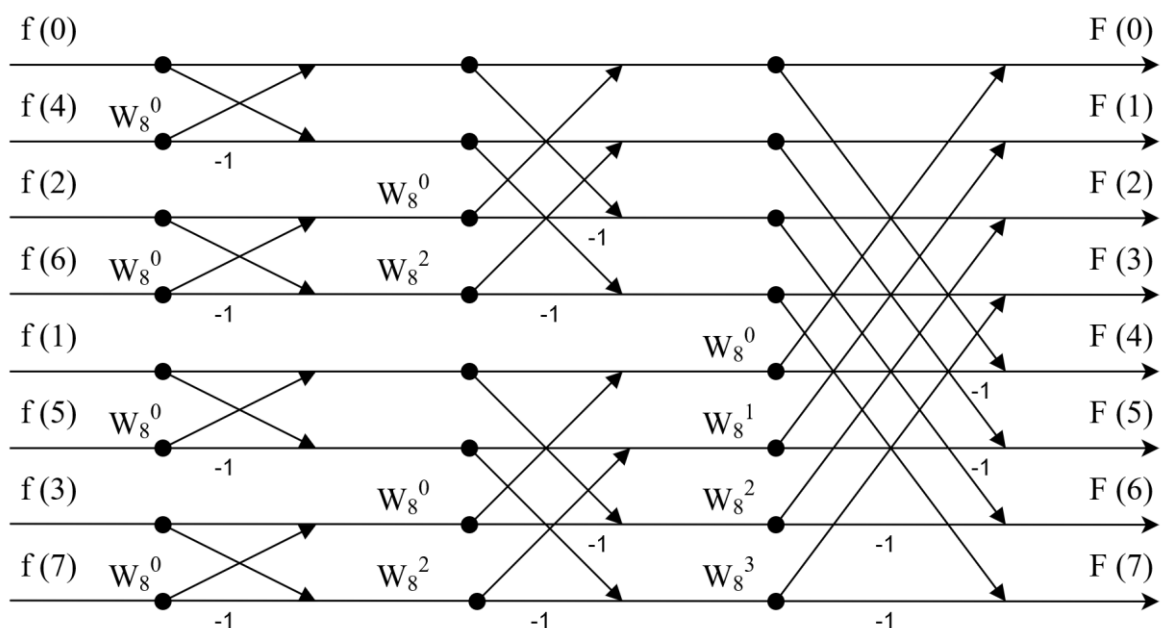
$$\left(e^{-j\frac{4\pi}{N}} \right)^i = \left(e^{-j\frac{4\pi}{N}} \right)^{i + \left(\frac{N}{2}\right)} \quad (2.2.13)$$

kde

$$k = 0, \dots, \left(\frac{N}{2}\right) - 1$$

Podle této úvahy se dají tyto posloupnosti rozdělovat dál až na samotné dvojice segmentů signálu, pro které se výsledné spektrum následně snadno zkombinuje (Obrázek 5). Proto je potřeba aby se počet prvků signálu rovnal mocnině dvou. Prvotní posloupnost hodnot se získá z bitově převrácených čísel. To znamená, že na druhé pozici posloupnosti (011) bude čtvrtý prvek signálu (110). Na obrázku 5 je zobrazeno motýlkové schéma tohoto algoritmu, kde pro členy W platí:

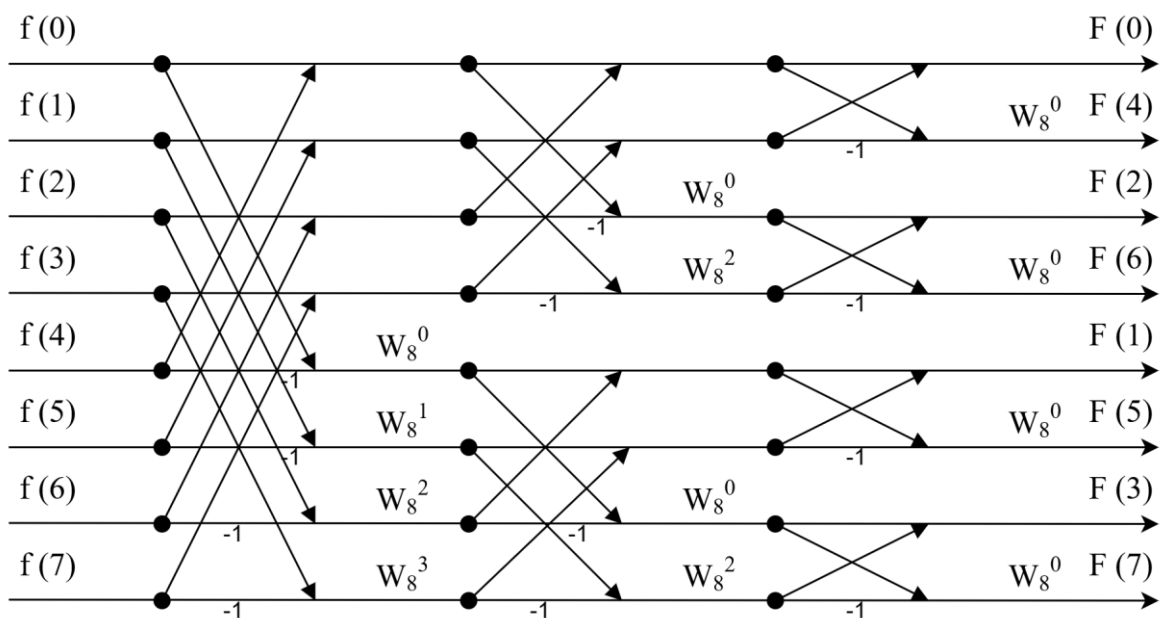
$$W_N^k = \left(e^{-j\frac{2\pi}{N}} \right)^k$$



Obrázek 5: Motýlkové schéma FFT algoritmu redukce času

- **Redukce kmitočtu**

Algoritmus redukce kmitočtu (Obrázek 6) funguje na podobném principu jako algoritmus redukce času. Narozdíl od předešlé metody se vstupní posloupnost nesetřídí. Je ovšem nutné invertovat výstupní posloupnost podle bitově převrácených binárních čísel.



Obrázek 6: Motýlkové schéma FFT algoritmu redukce kmitočtu

2.2.5 Periodogram

Periodogram zobrazuje výkonovou spektrální hustotu signálu (PSD), tedy rozložení výkonu kolem frekvenční osy. Periodogram se vypočítá podle následujícího vztahu:

$$PSD(k) = \frac{1}{N} \left| \sum_{i=0}^{N-1} f(i) e^{-j\frac{2\pi}{N}ki} \right|^2 \quad (2.2.14)$$

kde

N = počet vzorků signálu

$k = 1, 2, 3 \dots$

- ***Bartlettova metoda***

Tato metoda spočívá v rozdělení signálu na stejně dlouhé nepřekrývající se úseky, pro které jsou spočítány periodogramy. Tyto periodogramy jsou následně zprůměrovány. [5]

- ***Welchova metoda***

Je jistou modifikací předešlé metody. Modifikace spočívá ve vynásobení úseků signálu okenní funkcí. Dále se zde narozdíl od Bartlettovy metody úseky pro výpočet periodogramu překrývají. Periodogram jednoho úseku signálu je definován tímto vztahem: [5]

$$PSD(k) = \frac{1}{NU} \left| \sum_{i=0}^{N-1} f(i) w(i) e^{-j\frac{2\pi}{N}ki} \right|^2 \quad (2.2.15)$$

kde

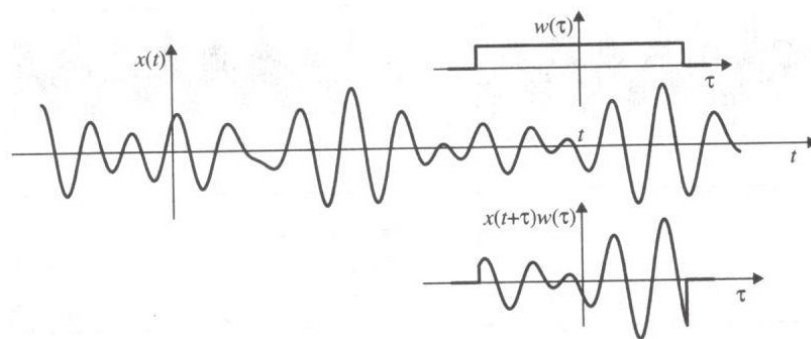
$$U = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} w^2(i)$$

3 Metody časově frekvenční analýzy

Časově-frekvenční doména signálů využívá výhod obou předešlých domén. Obecně platí, že v této doméně je sledována velikost veličiny v určitém čase a v určité frekvenci. V analýze biologických signálů budou sledovány amplituda nebo výkon frekvenční složky v čase. Toho se využívá například v analýze záznamů EEG signálu, kdy je potřeba sledovat, jak se mění mozková aktivita (její jednotlivé vlny) v průběhu času. [4]

3.1 Metoda STFT

Krátkodobá Fourierova transformace (Short Time Fourier transform – STFT) je metoda časově-frekvenční analýzy signálu. Tato metoda spočívá v rozdělení signálu na segmenty, které jsou vynásobeny okenní funkcí (Obrázek 7). Takto vynásobené segmenty jsou následně převedeny do frekvenčního spektra pomocí FT (FFT). Frekvenční spektra segmentů jsou nakonec poskládána za sebe, čímž se získá průběh frekvenčních komponent v čase, který se nazývá spektrogram (Obrázek 8). [8]



Obrázek 7: Násobení segmentu signálu okenní funkcí [8]

Vztah pro výpočet STFT spojitého signálu:

$$STFT(t, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t + \tau)w(\tau)e^{-j\omega t} d\tau \quad (3.1.1)$$

kde

$$x(t + \tau) = \text{analyzovaný signál}$$

$$w(\tau) = \text{okenní funkce}$$

Pro zpětné sestavení signálu se používá vztah inverzní STFT:

$$x(t - \tau) = \frac{1}{2\pi w(\tau)} \int_{-\infty}^{\infty} STFT(t, \omega)e^{j\omega t} d\omega \quad (3.1.2)$$

V praxi se většinou pracuje s diskrétními signály, pro které je potřeba předešlé vztahy upravit.

$$STFT(n, k) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} x(m+n)w(m)e^{-jmk/N} \quad (3.1.3)$$

kde

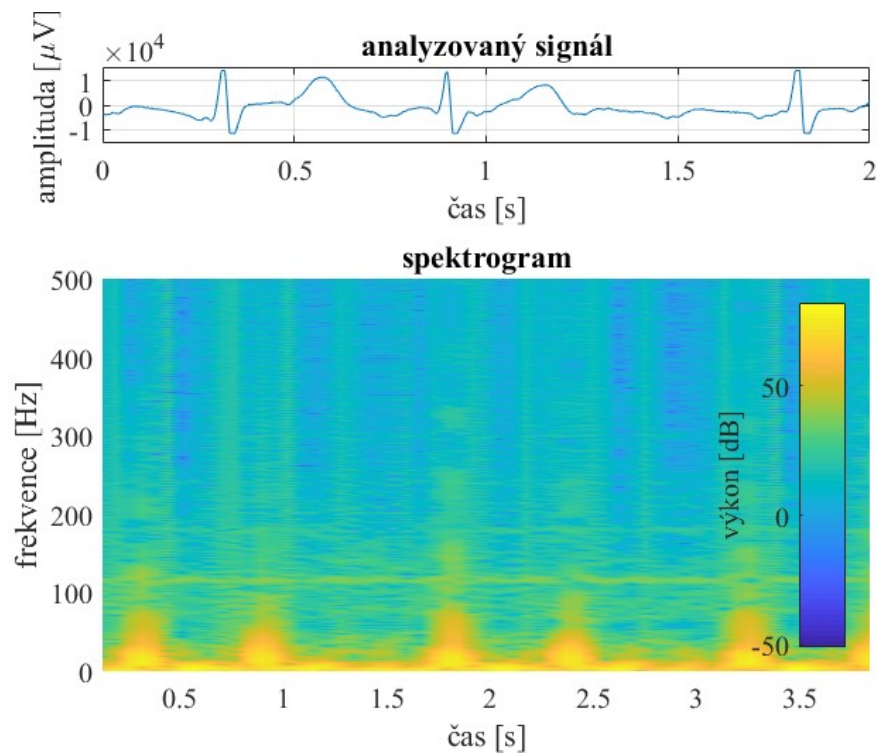
N = délka okna

$k = 1, 2, 3 \dots$

V praxi se většinou pracuje se spektrogramem, který poskytuje informace o výkonech jednotlivých frekvenčních komponent signálu. Takový spektrogram se získá z následujícího vztahu. [8]

$$SPECT(t, \omega) = |STFT(t, \omega)|^2 \quad (3.1.4)$$

Mezi nejdůležitější parametry STFT patří délka okenní funkce, překrývání okenní funkce a tvar okenní funkce.

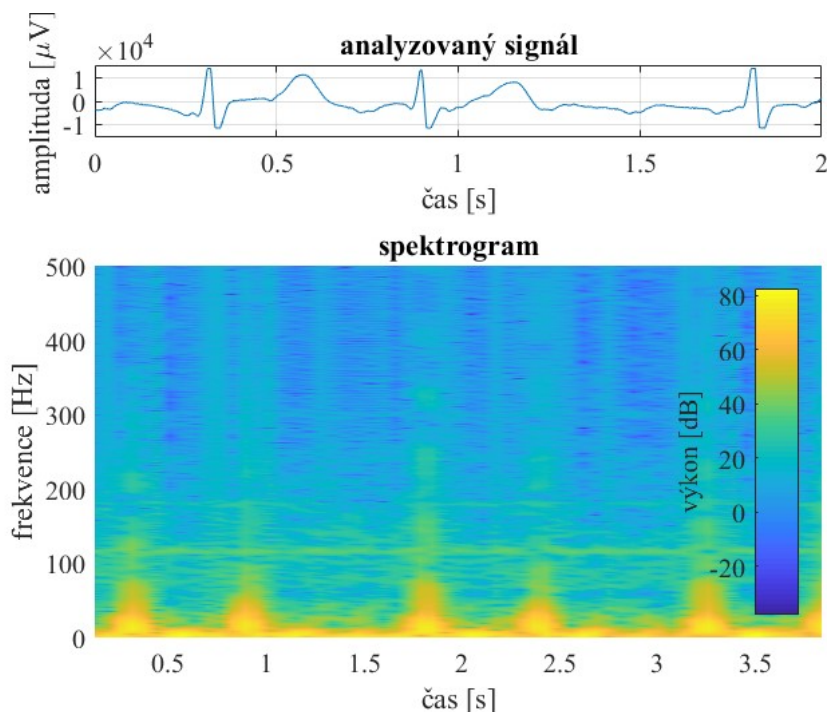


Obrázek 8: průběh signálu EKG a jeho spektrogram získaný pomocí STFT

3.2 Gaborova transformace

Gaborova transformace je nejstarší používanou časově-frekvenční metodou pro analýzu signálů. Jedná se o rozšíření metody STFT s použitím Gaussova okna. Zpočátku byla brána jako součást STFT a až s postupem času se z ní stala samostatná metoda. Spektrogram (Obrázek 9) je touto metodou získán vztahem: [8] [10]

$$G(\tau, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-\pi(t-\tau)^2} e^{-j\omega t} dt \quad (3.2.1)$$



Obrázek 9: průběh signálu EKG a jeho spektrogram získaný pomocí Gaborovy transformace

3.3 Vlnková transformace

Neboli Wavelet transform (WT), je často využívaná transformace. Tato metoda se stejně jako Fourierova transformace dělí na spojitou WT (Continuous Wavelet Transform - CWT) a diskrétní WT (DWT - Discrete Wavelet Transform). Základem této transformace je tzv. Vlnka. U té se určuje tvar, frekvence, strmost. Pro tuto vlnku je vypočítávána konvoluce se segmenty signálu podobně jako u STFT z následujícího vztahu: [9]

$$WT(s, \tau) = \frac{1}{\sqrt{s}} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \bar{\psi}\left(\frac{t - \tau}{s}\right) dt \quad (3.3.1)$$

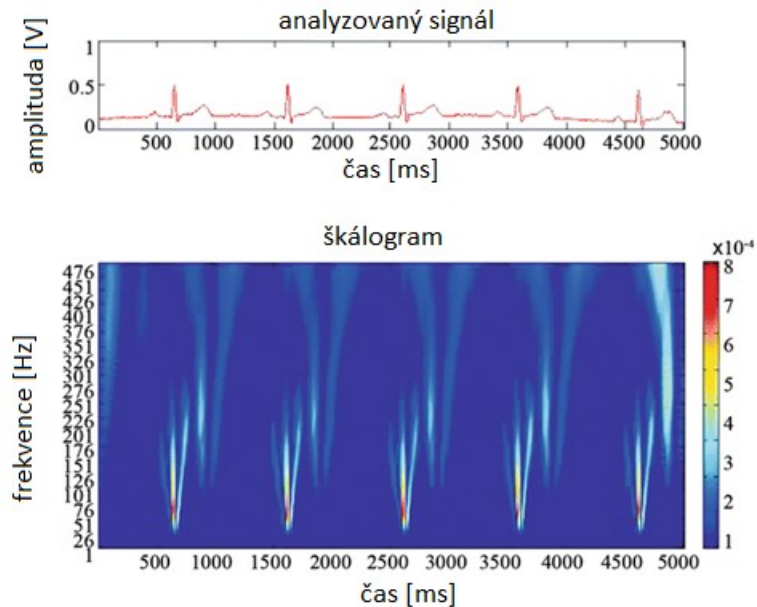
kde

ψ = vlnka

s = měřítko vlnky

τ = posun vlnky

Z výsledků konvoluce se následně skládá škálogram (Obrázek 10). Takový škálogram vlnkové transformace se od spektrogramu STFT liší nehomogenním časově-frekvenčním rozlišením. To je dáno frekvencí vlnky. U vlnek platí, že čím je její délka kratší, tím je její frekvence vyšší. Platí tedy, že při vyšších frekvencích je časové rozlišení lepší než při nižších. [9]



Obrázek 10: průběh signálu EKG a jeho škálogram získaný pomocí Vlnkové transformace [15]

Mezi výhody WT oproti STFT spadá možnost lepšího časového rozlišení a přesnější výpočet škálogramu (spektrogramu) signálu s body nespojitosti. Nevýhodou WT je vyšší výpočetní náročnost než u STFT a nemožnost zkoumat fázové spektrum signálu. [9]

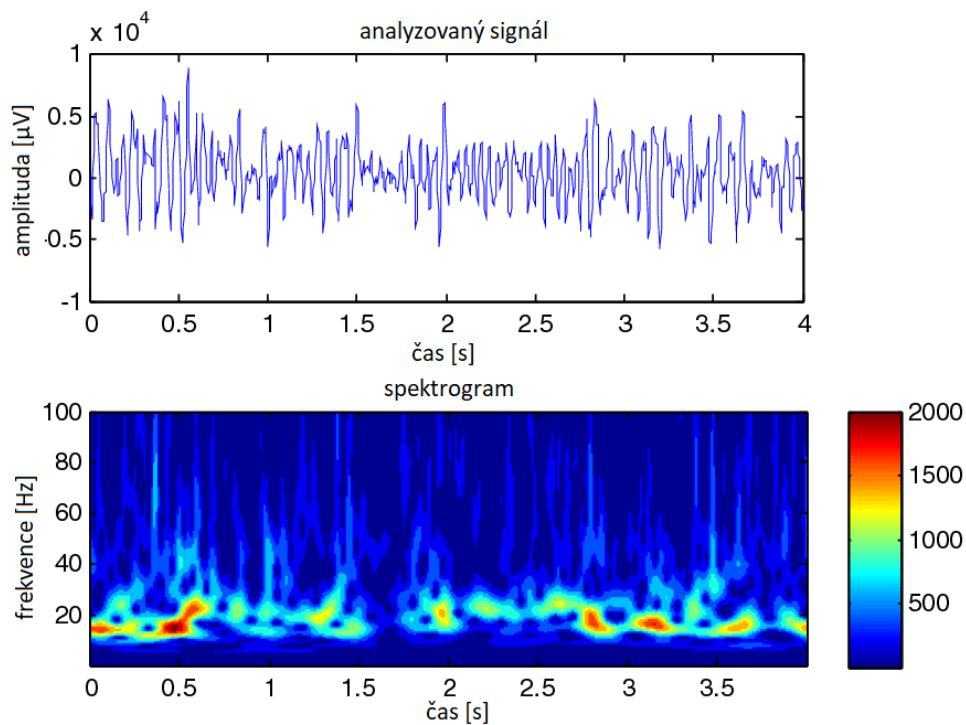
3.4 S – transformace

Jedná se o kombinaci STFT s Gaussovým oknem a WT. Slučuje výhody obou transformací. Využívá proměnlivé délky okna (vlnky) pro dosažení lepšího rozlišení, stejně jako u WT, ale zároveň díky STFT je schopna zachovat informace o fázovém spektru signálu. Výsledkem této transformace je spektrogram (Obrázek 11). Spektrogram se získá z následujícího vzorce: [11]

$$ST(t, \omega) = e^{-j\omega t} \int_{-\infty}^{\infty} x(t + \tau)w(\tau, \omega)e^{-j\omega\tau} d\tau \quad (3.4.1)$$

kde

$w(\tau, \omega)$ = frekvenčně závislé okno

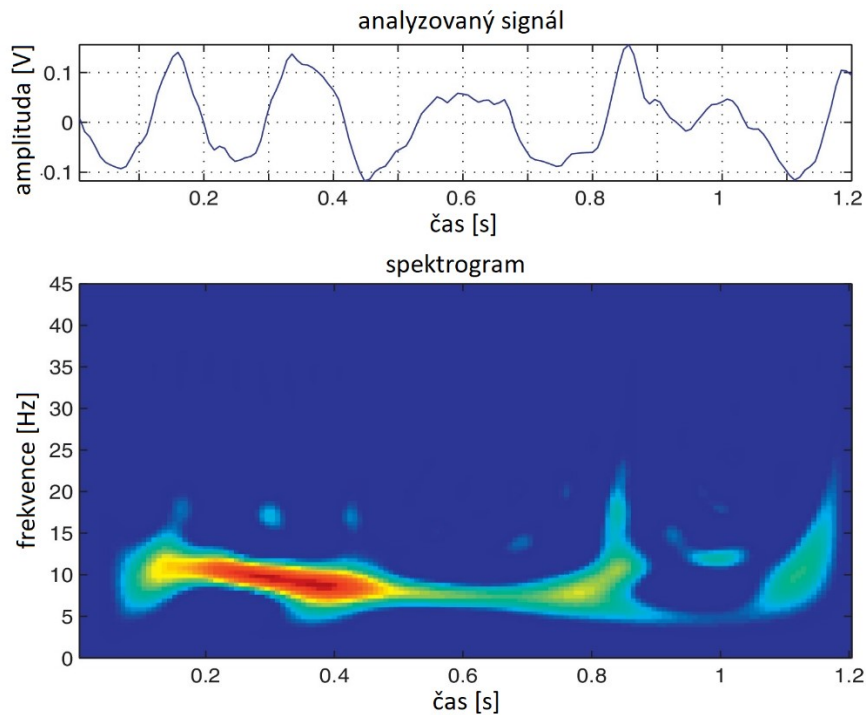


Obrázek 11: průběh signálu EEG a jeho spektrogram získaný pomocí S – transformace [16]

3.5 Wignerova distribuce

Jedná se o v praxi nejvíce používanou distribuci. Mezi její výhody patří velmi dobrá lokalizace impulzních a lineárně distribuovaných signálů. Poskytuje lepší časové a frekvenční rozlišení za cenu mnoha artefaktů a záporné amplitudy u některých frekvenčních složek. Existují ovšem metody, jak tyto artefakty kompenzovat. Naopak mezi nevýhody můžeme zařadit vysoký počet křížových podmínek a integrální část její definice. Spektrogram (Obrázek 12) touto distribucí získáme z Fourierovy transformace konvoluce frekvenčních modulací signálu: [6]

$$WD(t, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t + \tau/2) \bar{x}(t - \tau/2) e^{-j\omega\tau} d\tau \quad (3.5.1)$$



Obrázek 12: signál EKG s arytmií a jeho spektrogram získaný pomocí Wignerovy distribuce [14]

4 Úvod do časově frekvenční analýzy

Časově-frekvenční analýza biologických signálů se v medicíně postupem času stává stále důležitějším diagnostickým nástrojem, pomocí kterého je možno zjistit patologie, které v samotném průběhu signálu nejsou tolik patrné.

Časově-frekvenční analýza má obrovský potenciál i v terapeutické oblasti. Například EEG biofeedback v reálném čase je terapeutická metoda, při které se pacient snaží vědomě regulovat elektrickou aktivitu svého mozku. Touto metodou se dá léčit např. epilepsie, poruchy spánku, ADHD a migrény. Při této terapii je potřeba sledovat změny amplitud mozkových vln v čase. Proto, je nezbytné analyzovat signál EEG v časově-frekvenční doméně. [13]

V předešlé kapitole byly obecně popsány základní metody analýzy signálu v časové, frekvenční a časově-frekvenční doméně. V následujících kapitolách bude podrobněji probrána metoda STFT. Budou popsány používané okenní funkce. Vliv zvolené délky a tvaru okna na výsledný spektrogram. V práci budou představeny vlastní algoritmy pro výpočet FFT a STFT. Dále bude práce obsahovat názorné ukázky spektrogramů reálných biologických signálů pro různá nastavení STFT.

Stěžejní bod práce bude kvantitativní testování algoritmů. Bude zde testována výpočetní náročnost algoritmů DFT a FFT. Dále bude testován vliv Gaussova bílého šumu na spektrogram pomocí výpočtů střední kvadratické chyby a korelačního koeficientu.

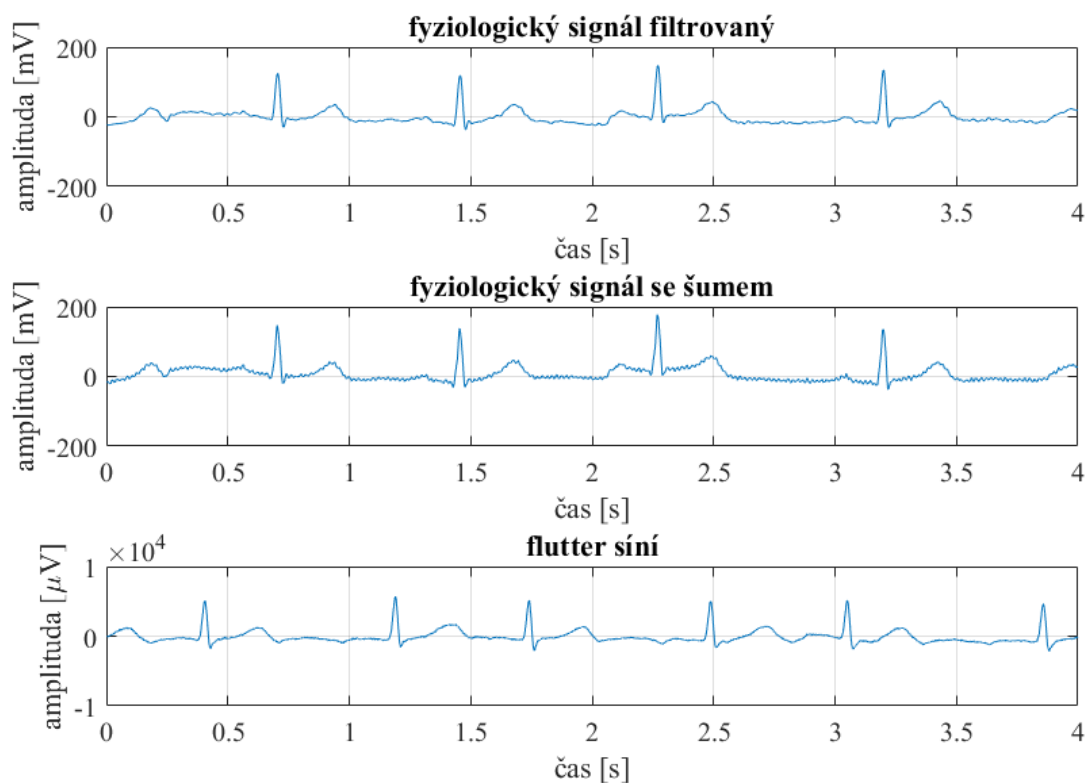
Vědomosti získané při tvorbě této práce budou nakonec využity při tvorbě graficko-uživatelského rozhraní (GUI) pro analýzu biologických signálů. Toto GUI umožní uživateli zkoumat signály ve frekvenční doméně (pomocí periodogramu) a v časově-frekvenční doméně (pomocí STFT).

5 Analýza biologických dat

Pro tuto bakalářskou práci byla vytvořena databáze biologických signálů. Veškeré signály byly staženy z veřejně dostupné internetové databáze PhysioNet. Soubor dat obsahuje základní bioelektrické signály, kterými jsou EKG, EEG a EMG.

5.1 EKG signály

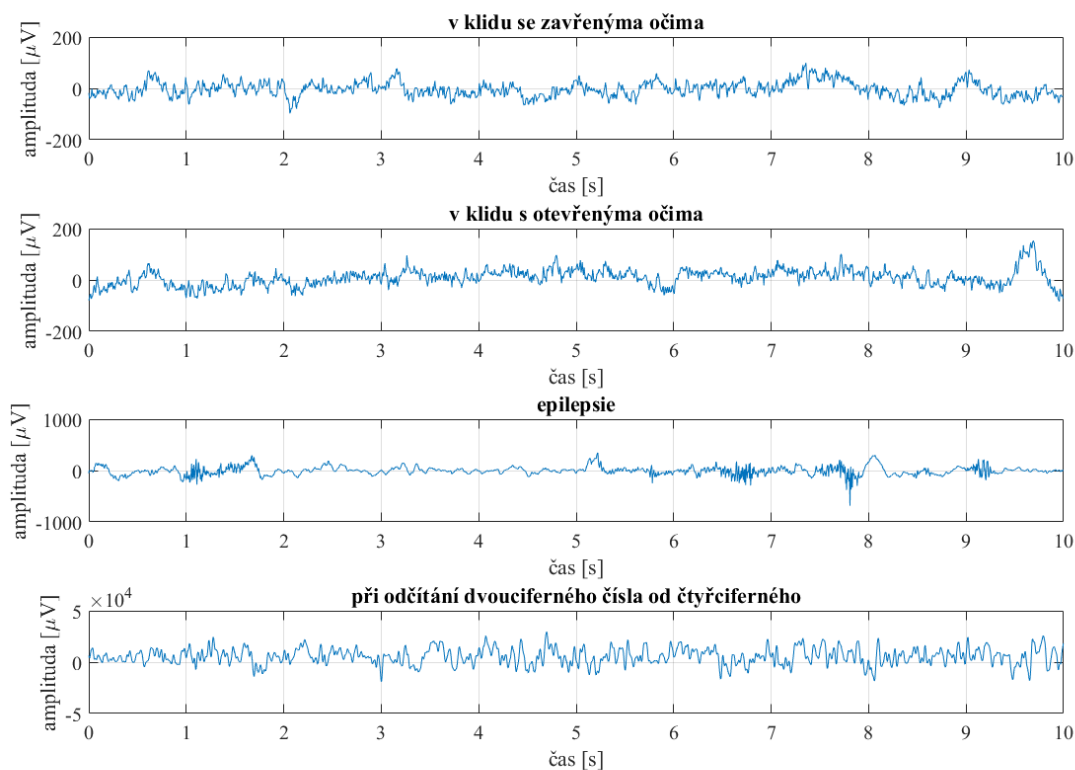
Databáze obsahuje 20 signálů EKG. S výjimkou dvou signálů (20 s) se jedná o minutové záznamy. Mezi nimi jsou rovnoměrně zastoupeny fyziologické a patologické signály. Nejčastějšími patologiemi výběru jsou supraventrikulární arytmie a hypertrofie levé komory. Dalšími patologiemi jsou paroxysmální ventrikulární tachykardie, ventrikulární extrasystoly nebo flutter síní (Obrázek 13). Některé signály se v databázi vyskytují dvakrát, a to v podobě, kdy jsou ovlivněny šumem a po odfiltrování šumu. (Obrázek 13). Vzorkovací frekvence signálů se pohybují od 128 Hz do 1000 Hz. Signály byly snímány z prvního nebo druhého svodu podle Einthovena. Tyto informace jsou zaznamenány v tabulce v přílohách.



Obrázek 13: ukázka signálů EKG

5.2 EEG signály

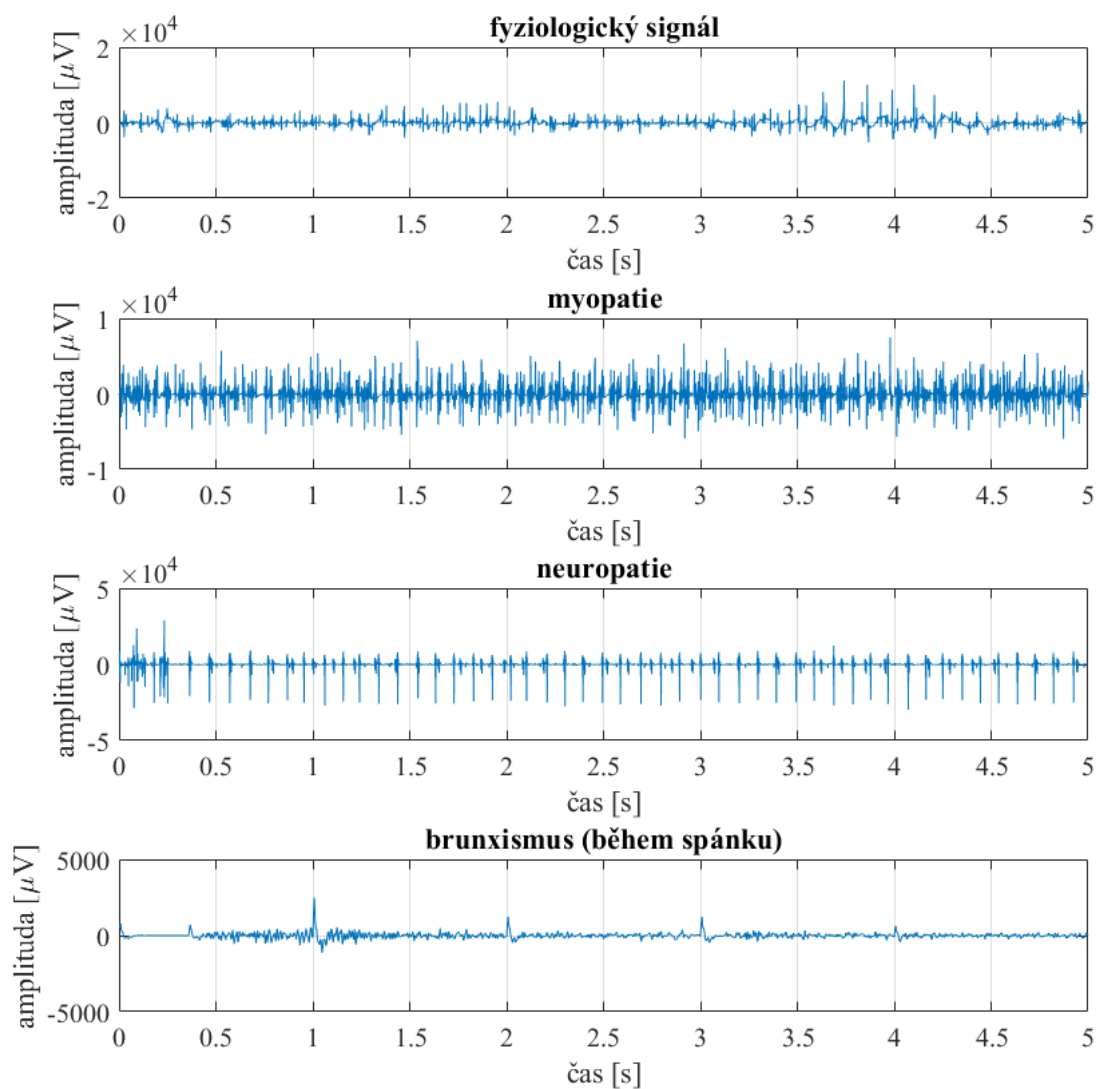
Stejně jako v předchozím případě databáze obsahuje 20 signálů EEG. Všechny tyto signály mají délku jedné minuty. Převážně se jedná o fyziologické signály s výjimkou čtyř epileptických. Při snímání fyziologických signálů pacienti prováděli různá cvičení (otevírání a zavírání pěstí, otevírání a zavírání očních víček (Obrázek 14), pouze si představovali cvičení nebo řešili početní operace (Obrázek 14). Vzorkovací frekvence signálů se pohybuje od 160 Hz do 2048 Hz. Signály byly snímány elektrodami rozmístěnými podle systému 10–20. Detaily signálu jsou zaznamenány v excel tabulce v přílohách.



Obrázek 14: ukázka signálů EEG

5.3 EMG signály

EMG signálů v databázi je rovněž 20. Jedná se především o minutové záznamy získané z m. tibialis anterior. Většina signálů byla měřena během spánku. Pacienti, od kterých byly záznamy získány, trpí neuropatií, myopatií, bruxismem (skřípání zubů), insomnií (nespavostí), narkolepsií, poruchou REM fáze spánku, epilepsií nebo nepravidelným dýcháním. Vzorkovací frekvence signálů se pohybuje od 256 Hz do 4000 Hz. Veškeré informace o signálech jsou zapsány v excel tabulce v přílohách. Ukázky signálů jsou na obrázku 15.



Obrázek 15: ukázka signálů EMG

6 Implementace Rychlé Fourierovy transformace (FFT)

V této kapitole bude popsána implementace FFT podle přednastavené MATLAB funkce a vlastní implementace FFT. Budou zde popsány vstupní parametry pro výpočet FFT a jejich vliv na výsledné spektrum. Nakonec zde budou ukázky frekvenčních spekter biologických signálů (EKG, EEG, EMG)

6.1 Funkce FFT (MATLAB)

V prostředí MATLAB se frekvenční spektrum signálu získá pomocí funkce `fft`. Pro syntaxi této funkce platí:

$$X = \text{fft}(x, \text{nfft});$$

kde

X = frekvenční spektrum

x = analyzovaný signál

nfft = počet bodů pro výpočet transformace (X)

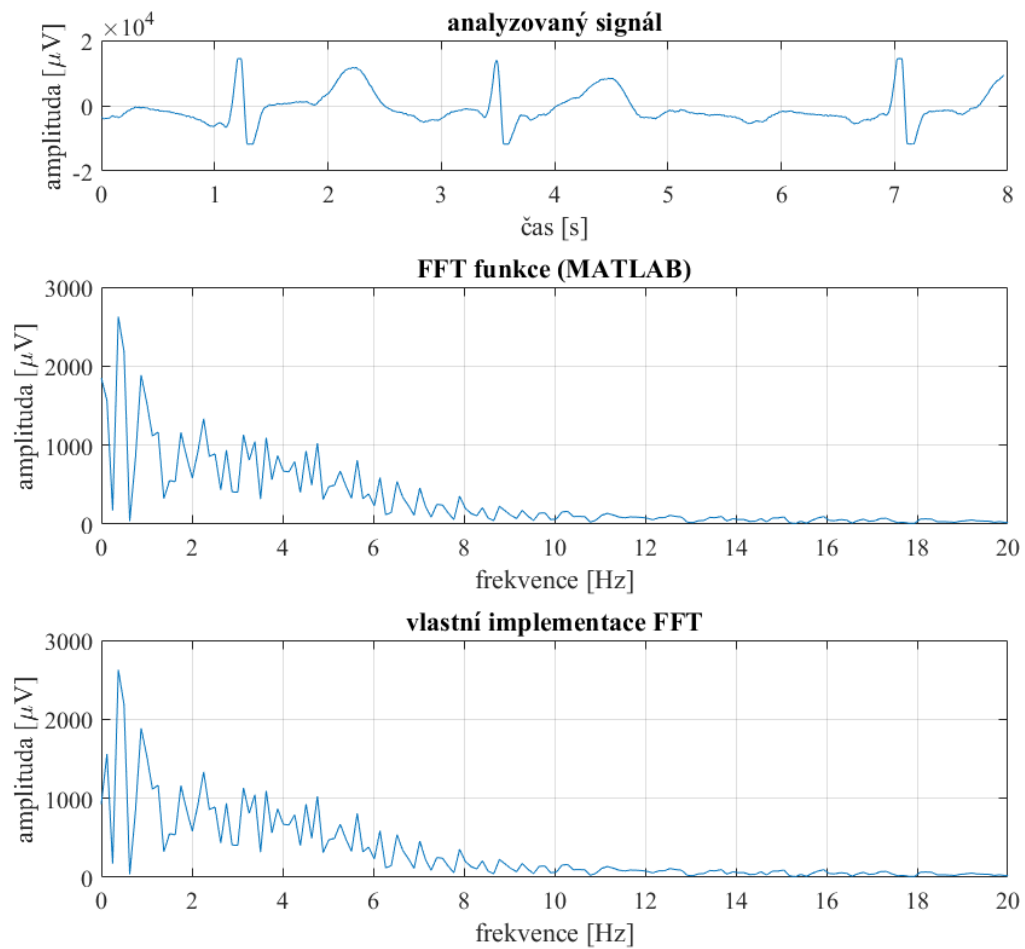
Jestliže je nfft větší než délka x , funkce doplní vektor x nulami na délku nfft . Když je nfft menší než délka vektoru x , tak funkce zkrátí signál na délku nfft . A jestliže nfft není definováno, tak délka x se rovná délce X .

6.2 Vlastní implementace FFT

Pro realizaci vlastní implementace FFT bylo využito algoritmu redukce času (Obrázek 5). Před samotným výpočtem spektra (ukázka kódu), bylo potřeba doplnit signál nulami na délku rovnou násobku dvou. Dále bylo potřeba zjistit počet stupňů transformace – S . Pro ověření správného výpočtu FT je zobrazeno frekvenční spektrum získané MATLAB funkcí `fft` a spektrum získané pomocí vlastní implementace FFT (Obrázek 16).

Ukázka ze zkráceného kódu výpočtu FFT:

<code>x=bitrevorder(x);</code>	<code>% Bitové přeskládání posloupnosti</code>
<code>for stupen=1:S;</code>	<code>% Stupeň transformace</code>
<code>for index=0:(2^stupen):(N-1)</code>	
<code>for n=0:(delici_hod-1);</code>	<code>% Vytvoření motýlkového schéma</code>
<code>ind=n+index+1;</code>	<code>% Index datového vzorku.</code>
<code>pow=(2^(S-stupen))*n;</code>	<code>% Část expon. komplex. násobitele</code>
<code>w=exp((-1i)*(2*pi)*pow/N);</code>	<code>% Definice komplex. násobitele</code>
<code>a=x(ind)+x(ind+delici_hod).*w;</code>	<code>% První část motýlkového schéma</code>
<code>b=x(ind)-x(ind+delici_hod).*w;</code>	<code>% Druhá část motýlkového schéma</code>
<code>x(ind)=a;</code>	<code>% Uložení výsledku</code>
<code>x(ind+delici_hod)=b;</code>	<code>% Uložení výsledku</code>
<code>end; end; end;</code>	



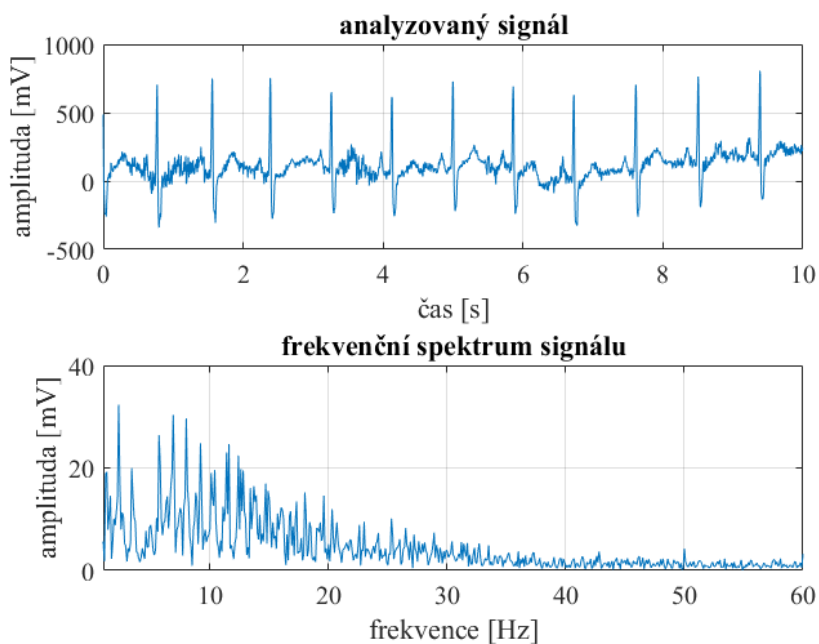
Obrázek 16: Spektrogramy přednastavené funkce a vlastní implementace FFT pro EKG

6.3 Frekvenční spektra vybraných biologických signálů

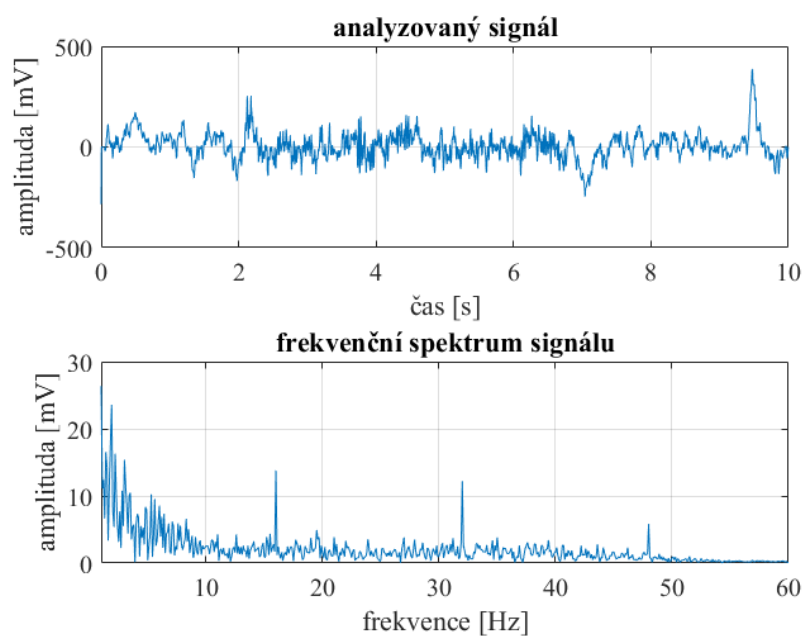
Prvním signálem převedeným do frekvenční domény je EKG signál svodu II pacienta trpícího předčasnou systolou síní (Obrázek 17). V časové doméně je tato arytmie velmi zjevná. Zejména v místech, kde na vlnu T rovnou navazuje vlna P. Ve frekvenční doméně už ovšem tato arytmie tak zjevná není. Spektrum takového signálu se příliš neliší od spektra fyziologického signálu viz. přílohy.

Dalším signálem, pro který bylo vypočítáno frekvenční spektrum, je EEG epileptika (Obrázek 18). Stejně jako u předchozího případu je tato patologie dobře lokalizovatelná v časové doméně signálu, kde především na konci záznamu dochází k výkyvu napětí oproti zbytku signálu. EEG signál je pro jeho frekvenční vlastnosti dobře analyzovatelný i ve frekvenční doméně.

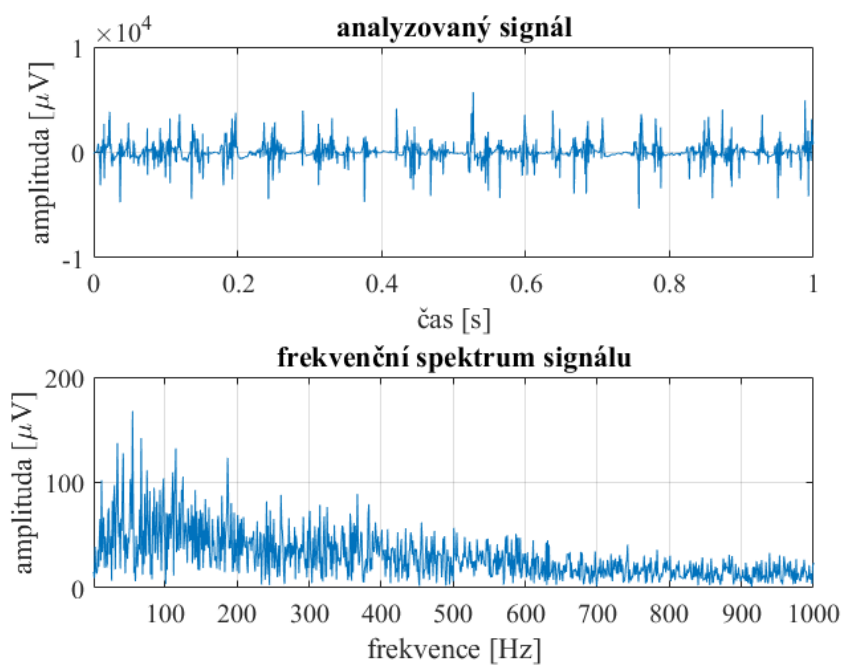
Posledním signálem převedeným do frekvenčního spektra je myopatický signál EMG. Už v časové doméně lze vidět, že tento záznam postrádá periodicitu typickou pro EMG signály. Avšak frekvenční doména tohoto signálu se moc neliší od frekvenčních domén fyziologických signálů (Obrázek 19).



Obrázek 17: průběh a frekvenční spektrum EKG signálu s předčasnou systolou síní



Obrázek 18: průběh a frekvenční spektrum epileptického EEG signálu



Obrázek 19: průběh a frekvenční spektrum myopatického EMG signálu

7 implementace Krátkodobé Fourierovy transformace (STFT)

Obecný princip STFT byl popsán v kapitole 3. Zde budou podrobněji popsány parametry pro výpočet spektrogramu. Poté bude popsána implementace MATLAB funkce pro výpočet STFT a její inverze. Nakonec zde bude popsána vlastní implementace algoritmu pro výpočet STFT.

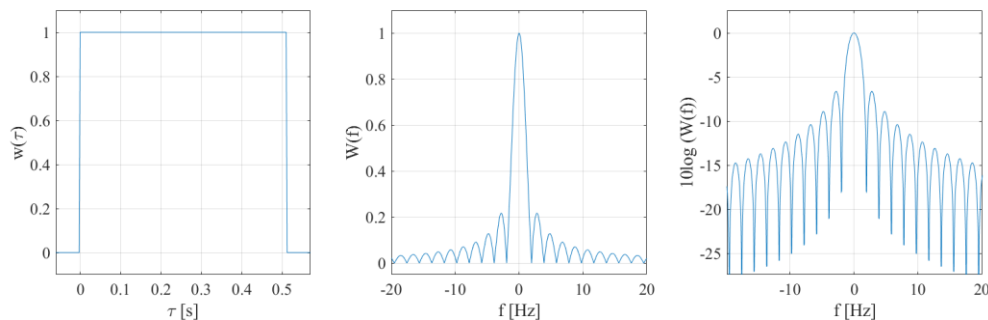
7.1 Tvar okenní funkce

Okenní funkce se využívají k eliminaci spektrálního prosakování. Tvarů okenních funkcí je velmi mnoho. Proto jsou níže vypsány jen ty nejběžnější. Mezi základní charakteristiky oken patří velikost hlavního “laloku” (main lobe). Jedná se o velikost první harmonické složky. Dalším parametrem je sidelobe level, který udává rozdíl mezi první harmonickou složkou a vedlejšími laloky. [8]

Na obrázcích níže jsou znázorněny ukázky základních okenních funkcí. Všechna okna se skládají z 256 vzorků a spektra byla vypočítána se vzorkovací frekvencí 500 Hz.

- **Obdelníkové okno**

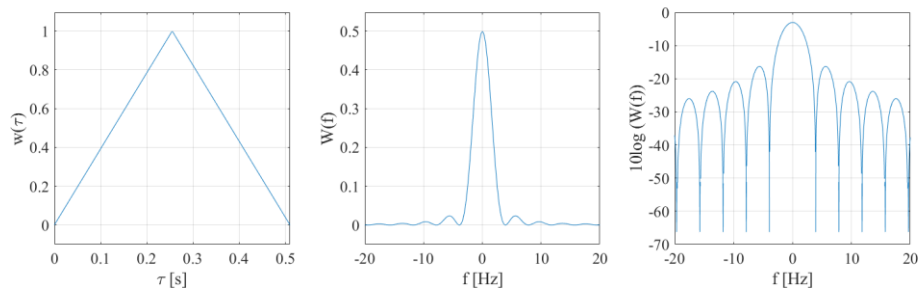
Jedná se o nejjednodušší okenní funkci. Toto okno se vyznačuje především velkou amplitudou vedlejších laloků a jejich pozvolným klesáním. [8]



Obrázek 20: Obdelníkové okno v časové a frekvenční doméně

- **Trojúhelníkové (Bartlettovo) okno**

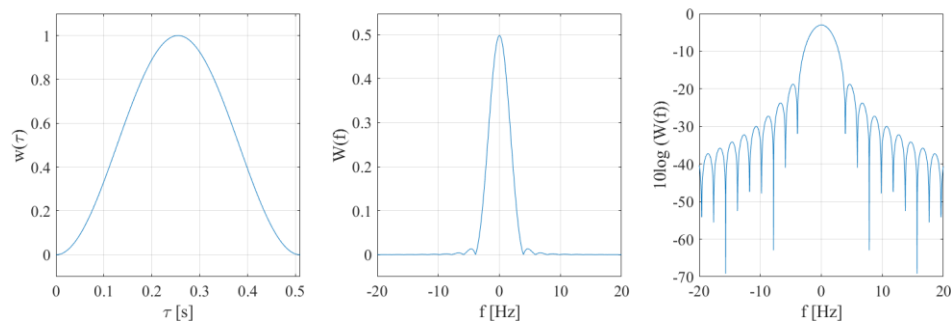
Tato okenní funkce se vyznačuje dvakrát širšími laloky oproti obdelníkovému oknu. Velikost vedlejších laloků klesá exponenciálně. [8]



Obrázek 21: Trojúhelníkové okno v časové a frekvenční doméně

Hannovo okno

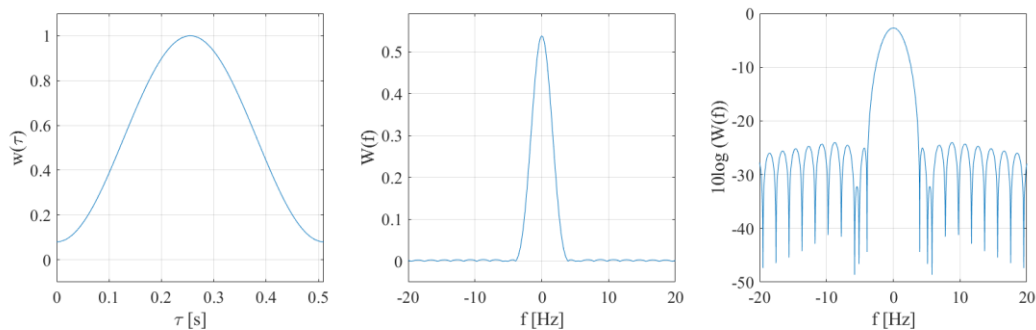
Hlavní lalok této funkce je dvakrát širší než u obdelníkového okna, avšak šířka vedlejších laloků zůstává stejná. Amplituda vedlejších laloků klesá po exponenciále stejně jako u Bartlettova okna. [8]



Obrázek 22: Hannovo okno v časové a frekvenční doméně

- **Hammingovo okno**

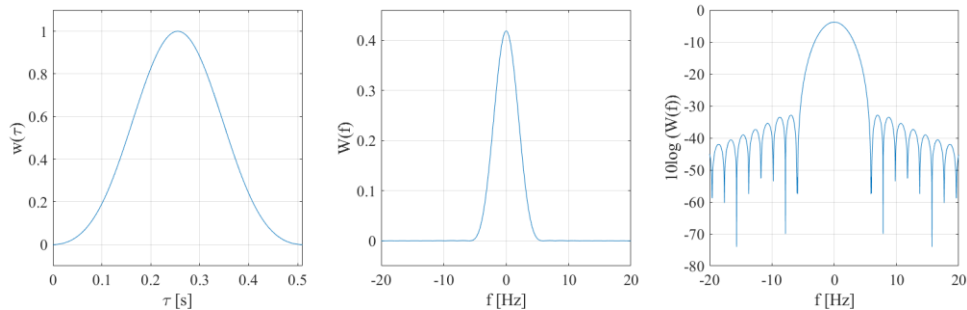
Hlavní lalok tohoto okna je dvakrát širší než hlavní lalok obdelníkového okna. Prvních několik vedlejších laloků je menší než ty následující. Pokles amplitud zbylých vedlejších laloků je pozvolný stejně jako u obdelníkového okna. [8]



Obrázek 23: Hammingovo okno v časové a frekvenční doméně

- **Blackmanovo okno**

Tato okenní funkce má hlavní lalok třikrát širší, než má obdelníkové okno. Vedlejší laloky mají stejnou šířku a pokles amplitudy jako u obdelníkového okna. [8]



Obrázek 24: Blackmanovo okno v časové a frekvenční doméně

7.2 Délka okenní funkce

U délky okna platí, že čím je okno delší tím je lepší frekvenční rozlišení a horší časové rozlišení. Naopak u krátkých oken je lepší časové rozlišení a horší frekvenční rozlišení. Dochází zde tedy k Heisenbergerovu principu neurčitosti, který říká že čím přesněji je určen jeden parametr, tím hůře je určitelný parametr druhý. U volby délky okna tedy vždy dochází ke kompromisu mezi frekvenční a časovým rozlišení. FT je tedy možno chápat jako STFT s nekonečně dlouhým oknem. Délka okna se volí v násobcích dvou pro přesnější výpočet FFT jednoho segmentu. Vliv zvolené délky na konkrétní biologické signály bude řešen v další kapitole. [8]

7.3 Funkce spektrogram (MATLAB)

V prostředí MATLAB je spektrogram signálu získán pomocí funkce spectrogram. Funkce umožňuje uživateli volit tvar a délku okenní funkce, počet bodů překrytí dvou sousedních segmentů, počet bodů pro výpočet spektra jednoho segmentu a vzorkovací frekvenci signálu. Pro syntaxi této funkce platí:

$$[s, f, t, psd] = \text{spectrogram}(x, \text{window}, \text{noverlap}, \text{nfft}, fs)$$

kde

s = matice spekter

f = frekvenční osa spektrogramu

t = časová osa spektrogramu

psd = matice spektrální výkonové hustoty

x = vstupní signál

window = okenní funkce

noverlap = počet bodů překrytí oken

nfft = počet bodů pro výpočet transformace (stejně jako u FFT)

fs = vzorkovací frekvence signálu

Výsledný spektrogram zobrazující fyziologické EKG získaný touto funkcí je na Obrázku 25. Tento spektrogram byl vypočten s Hammingovým oknem o délce 256 bodů a se 75% překrýváním oken.

7.4 Inverzní STFT (MATLAB)

Prostředí MATLAB obsahuje předimplementovanou funkci pro zpětné sestavení signálu z matice spektrogramu. Touto funkcí je `istft`. Při zpětného sestavení signálu pomocí této funkce uživatel definuje vzorkovací frekvenci původního signálu, okno, se kterým byl spektrogram vypočítán a počet bodů překrytí sousedících oken. Pro syntaxi této funkce platí:

$$[x, t] = \text{istft}(s, fs, \text{'Window'}, \text{window}, \text{'OverlapLength'}, \text{noverlap})$$

kde

x = rekonstruovaný signál

t = vektor času rekonstruovaného signálu

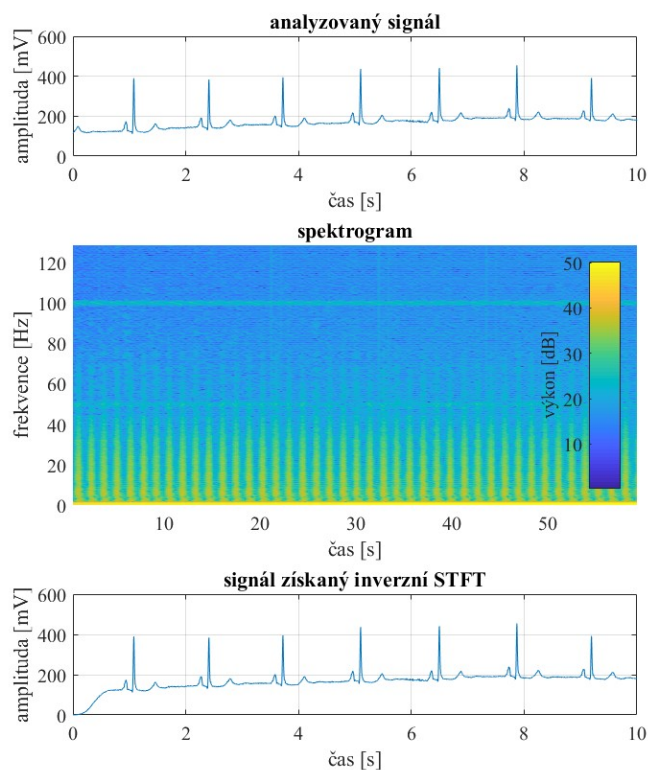
s = matice spektrogramu

fs = vzorkovací frekvence původního signálu

`window` = okno použité pro výpočet spektrogramu

`noverlap` = překrývání oken použito při výpočtu spektrogramu

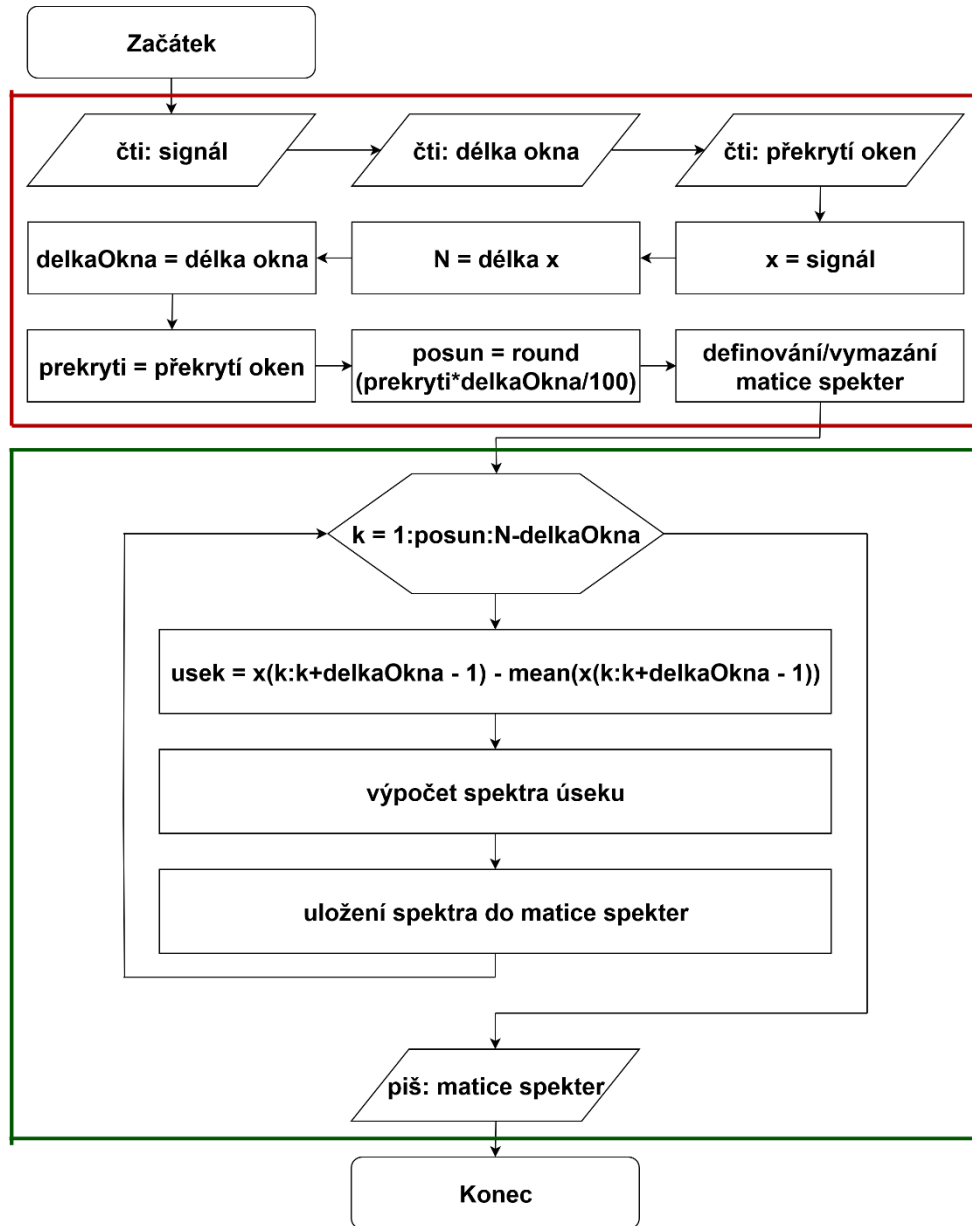
Na obrázku 25 je zobrazen průběh rekonstruovaného signálu. Pro rekonstrukci tohoto signálu bylo využito kódu z webu MathWorks, který přesně odpovídá funkci `istft`. [12]



Obrázek 25: Spektrogram EKG a ISTFT

7.5 Vlastní implementace STFT

Vlastní algoritmus pro výpočet STFT je znázorněn na Obrázku 26. V červeném rámečku dochází k definování proměnných. V zeleném rámečku je proveden samotný výpočet STFT. Pro výpočet spektrogramu je potřeba definovat délku okna a překrytí oken. Pro zjednodušení nelze nastavit různé tvary oken, to znamená, že okno, se kterým se počítá, je obdelníkové. Spektrogram vypočtený touto metodou zobrazuje amplitudu jednotlivých frekvenčních složek a ne výkon, jak tomu je při použití MATLAB funkce.

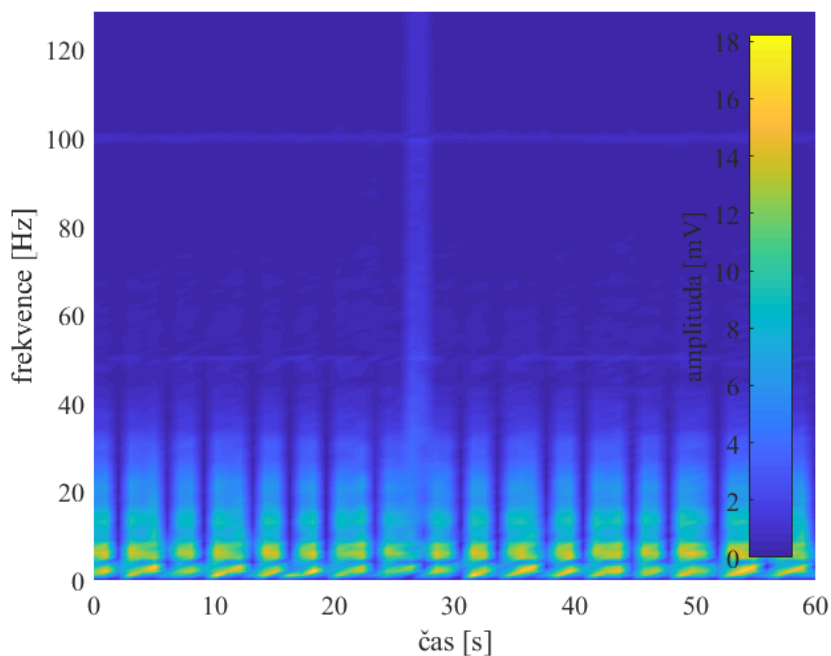


Obrázek 26: Vývojový diagram STFT

Ukázka ze zkráceného kódu výpočtu STFT:

```
N = length(x); % délka signálu
posun = 100; % v procentech
delkaOkna = 256; % definice délky okna
posun = round(posun*delkaOkna/100); % výpočet posunu
MaticeSpekter = []; % vymazání matice spekter
for k = 1:posun:N-delkaOkna
    % definování jednoho úseku
    usek = x(k:k+delkaOkna - 1) - mean(x(k:k+delkaOkna - 1));
    % výpočet spektra úseku
    spektrum = ((abs(fft(usek))))*2/length(usek);
    % uložení spektra do matice
    MaticeSpekter = [MaticeSpekter spektrum(1:end/2+1)'];
end
```

Pro srovnání vlastní implementace STFT s přednastavenou funkcí je na obrázku 27 zobrazen spektrogram signálu, pro který byl vypočten spektrogram v předešlém případě (Obrázek 25)



Obrázek 27: Spektrogram vlastní implementace STFT

8 Testování STFT pro reálná biologická data

V této kapitole budou ukázky spektrogramů biologických signálů pro různá nastavení oken. V první části budou ukázky stacionárních (signály, které se v čase nemění) a nestacionárních signálů pro různé tvary oken. Pro zjednodušení budou EKG signály brány jako stacionární. V druhé polovině bude zkoumán vliv délky okenní funkce na časově-frekvenční rozlišení.

8.1 Testování vlivu tvaru okenní funkce

V této části práce bude zkoumán vliv volby tvaru okna pro výpočet STFT na výsledný spektrogram.

8.1.1 Stacionární signály

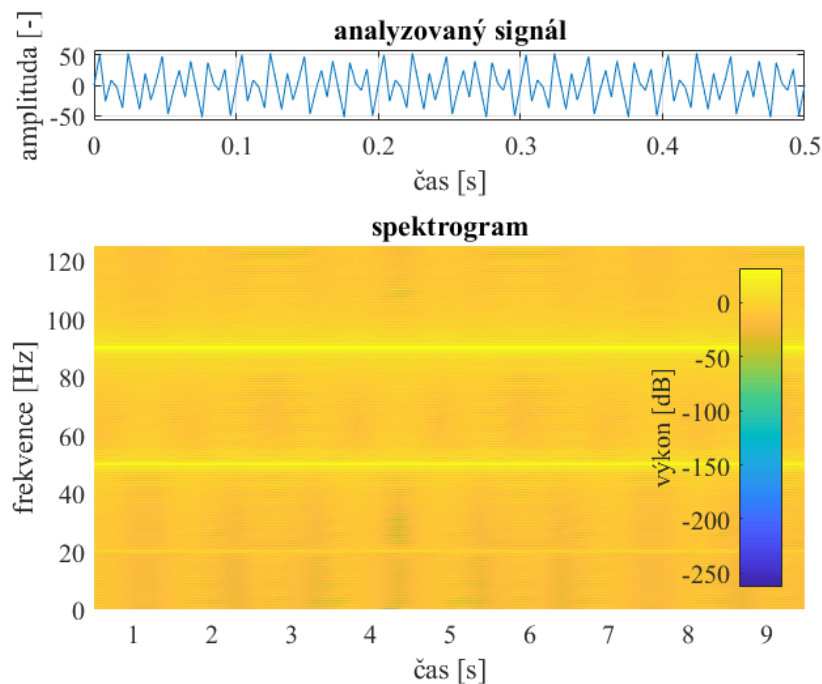
Stacionární signály budou pro názornost rozděleny na umělé harmonické signály a biologické stacionární (EKG).

- *Harmonické signály*

Na obrázku 28 je spektrogram stacionárního harmonického signálu, který je popsán funkcí:

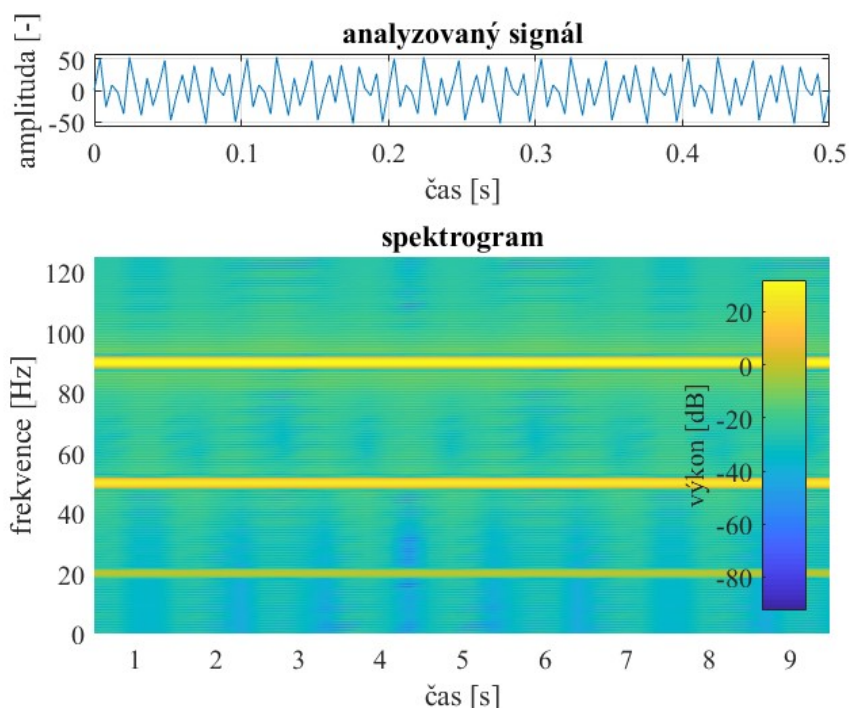
$$x(t) = 1 \cdot \sin(2\pi 20t) + 20 \cdot \sin(2\pi 50t) + 40 \cdot \sin(2\pi 90t)$$

Pro výpočet tohoto spektrogramu bylo použito obdelníkové okno o délce 256 znaků s překrytím 25 %. Toto okno se vyznačuje značným spektrální prosakováním. To se projevuje výskytem spektrálních složek okolo zkoumané frekvence. Například harmonická složka signálu s amplitudou 1 a frekvencí 20 Hz se téměř ztrácí ve spektrálním prosakování zbylých dvou složek signálu.



Obrázek 28: Spektrogram harmonického signálu (obdelníkové okno)

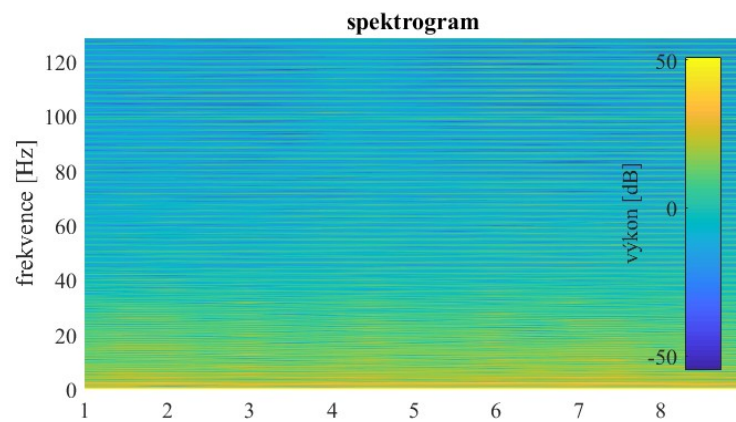
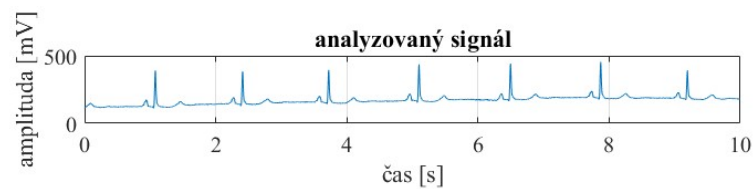
Na obrázku 29 se nachází spektrogram předešlého harmonického signálu. Pro výpočet tohoto spektrogramu bylo využito stejná délky okna (256 bodů) a stejného překrytí oken (25 %) jako v předešlém případě. Jediný rozdíl je v použitém tvaru okna. Zde bylo STFT vypočítáno s Hammingovým oknem. To se vyznačuje dobrým potlačením spektrálního prosakování.



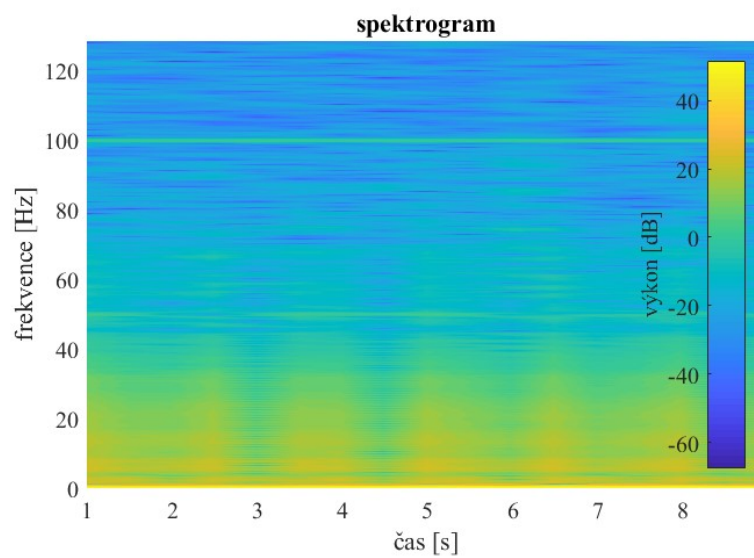
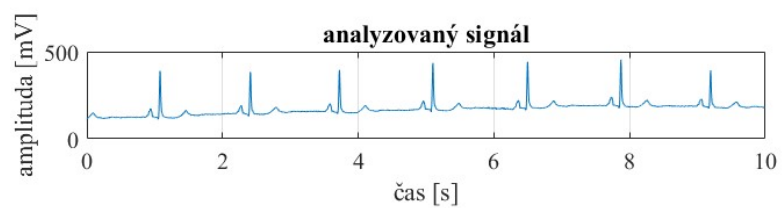
Obrázek 29: Spektrogram harmonického signálu (hammingovo okno)

- **EKG signály**

Následující spektrogramy byly sestaveny pro fyziologický EKG signál o délce 2570 vzorků a době trvání 10 s. V prvním případě (Obrázek 30) bylo pro výpočet STFT použito obdelníkové okno o délce 512 vzorků a překrývání 25 %. V druhém případě (Obrázek 31) bylo použito hannovo okno o stejné délce a překrývání, jako v předešlém spektrogramu. Zde je zjevné, že obdelníkové okno je nevyhovující pro analýzu biologických signálů. V tomto případě z důvodu špatného frekvenčního rozlišení způsobeného spektrálním prosakováním.



Obrázek 30: spektrogram EKG (obdelnikové okno)



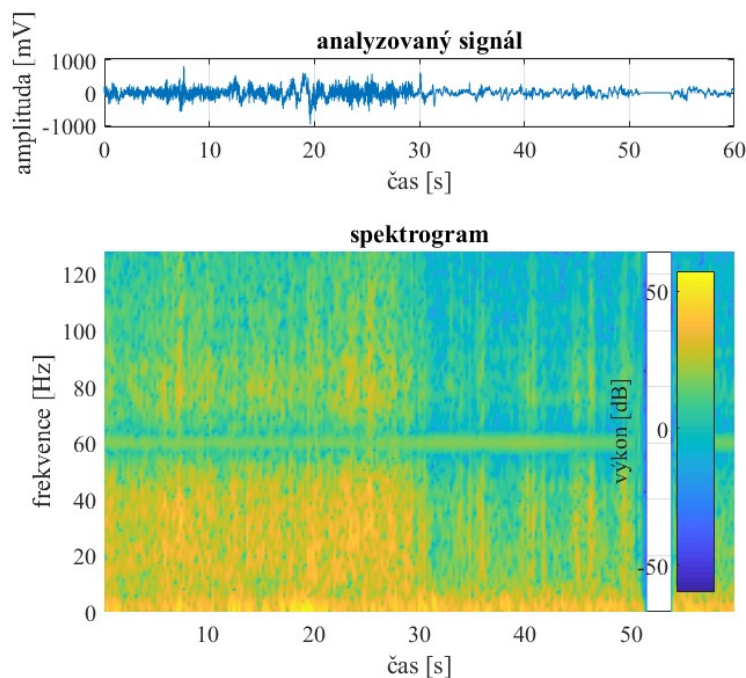
Obrázek 31: spektrogram EKG (hannovo okno)

8.1.2 Nestacionární signály

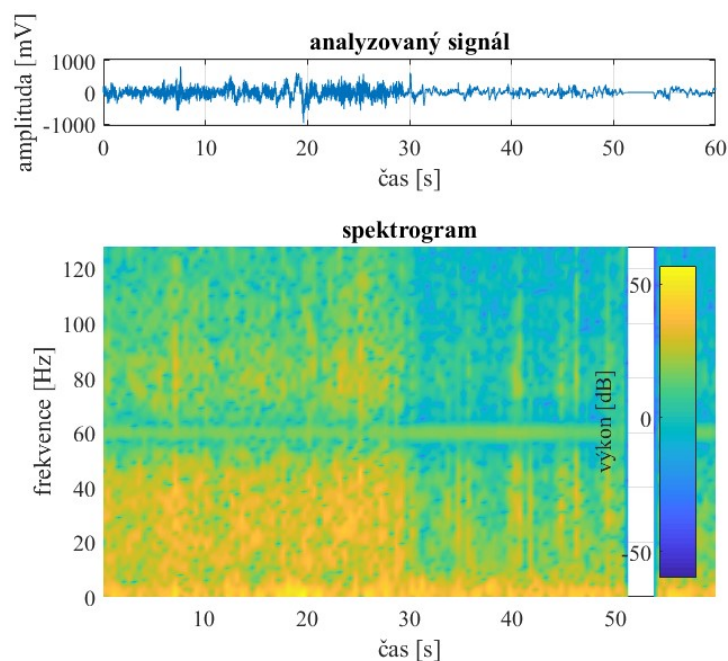
Mezi tyto signály jsou zařazeny signály EEG a EMG.

- *EEG signály*

Spektrogramy na obrázcích 32 a 33 byly spočítány pro minutový záznam EEG signálu pacienta trpícího epilepsií. Vzorkovací frekvence signálu je 256 Hz. Pro výpočet prvního spektrogramu (Obrázek 32) bylo použito Blackmanovo okno o délce 128 bodů. Překrytí oken bylo nastaveno na 50 %. V druhém případě (Obrázek 33) se segmenty signálu nepřekrývaly. Překrytí oken bylo tedy nastaveno na 0 %. Spektrogramy se tedy liší pouze ve zvolené přerývání oken. Při větším překrývání segmentů dochází k zaostřování spektrogramu v časové rovině. Můžeme tedy tvrdit, že překrývání oken STFT slouží především ke kompenzaci časového rozlišení spektrogramu při volení delších okenních segmentů. Artefakt mezi 50 s a 55 s záznamu vznikl špatně umístěnými elektrodami.



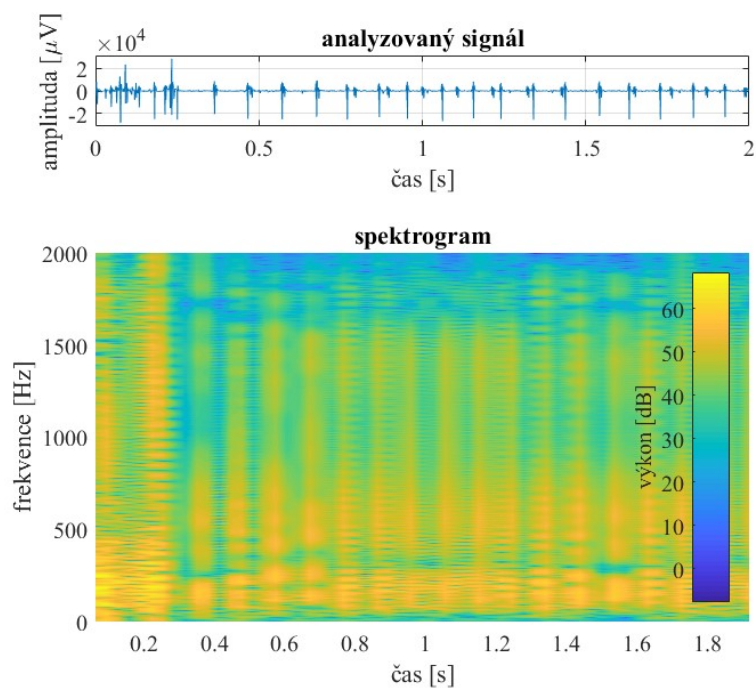
Obrázek 32: spektrogram EEG (blackmanovo okno, překrytí oken 50 %)



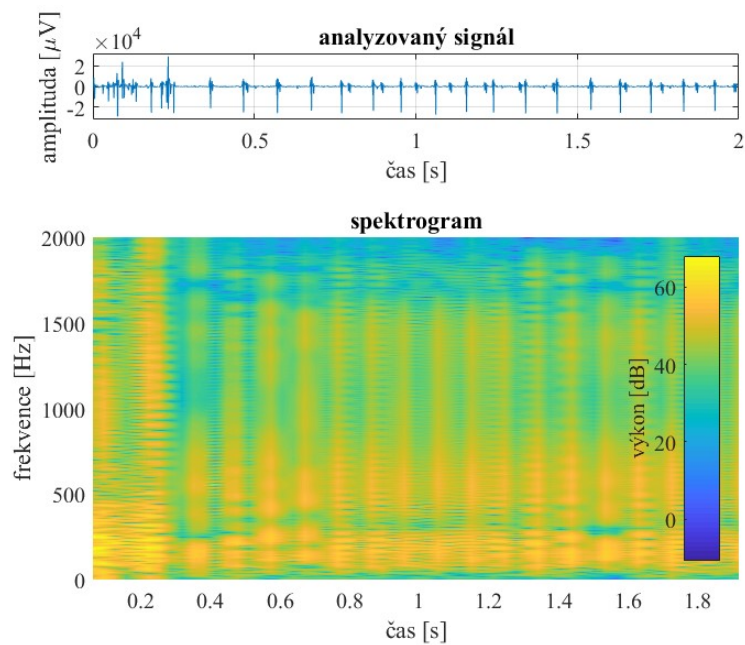
Obrázek 33: spektrogram EEG (blackmanovo okno, překrytí oken 0 %)

- **EMG signály**

Následující dva spektrogramy byly sestaveny pro neuropatický EMG signál. Délka tohoto signálu je 2 s a vzorkovací frekvence je 4000 Hz. V obou dvou případech bylo použito okno s délkou 512 vzorků s překrytím 25 %. Pro výpočet prvního spektrogramu (Obrázek 34) bylo použito Hammingovo okno. Pro výpočet druhého spektrogramu (Obrázek 35) bylo zase použito Bartlettovo okno. Obě okenní funkce dobře eliminují spektrální prosakování.



Obrázek 34: spektrogram EMG (hammingovo okno)



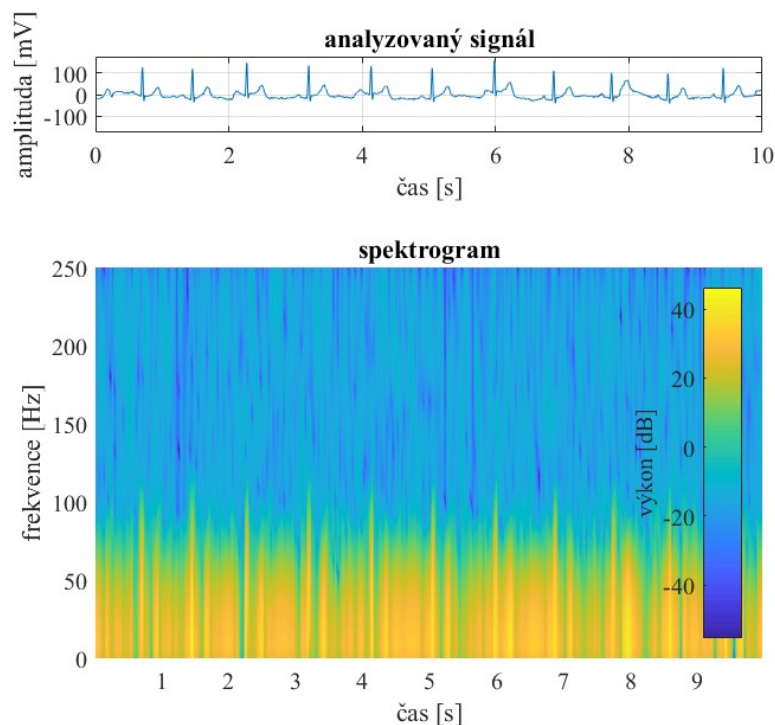
Obrázek 35: spektrogram EMG (bartlettovo okno)

8.2 Analýza časového a frekvenčního rozlišení

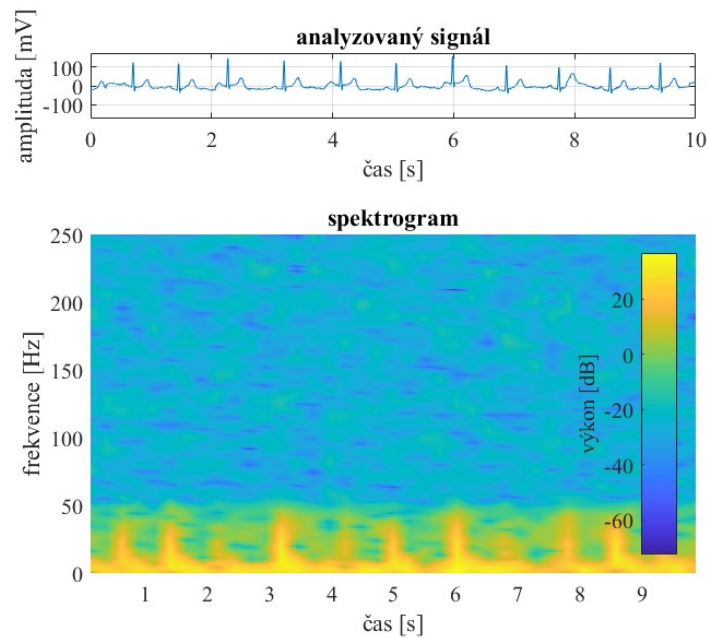
Zde bude na názorných ukázkách znázorněn vliv délky okna na časově-frekvenční rozlišení

- **EKG signál**

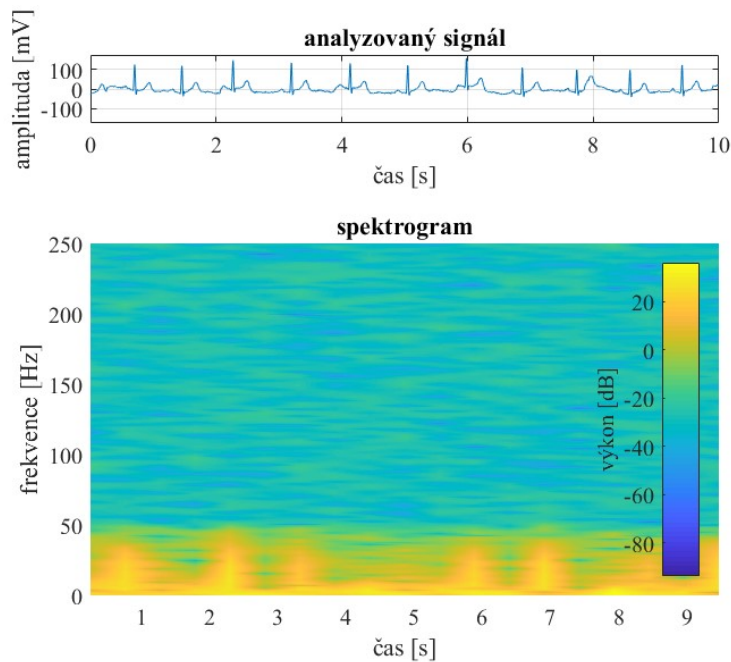
Na obrázcích 36, 37 a 38 jsou zobrazeny spektrogramy fyziologického EKG signálu, který se skládá z 5 000 vzorků. Pro výpočet těchto spektrogramů bylo použito Blackmanovo okno s nastaveným překrývání 0 %. V prvním případě (Obrázek 36) bylo STFT vypočítáno ze segmentů o délce 16 bodů. Díky malé délce okna je možno s velkou přesností lokalizovat QRS komplex a vlnu T. V druhém případě (Obrázek 37) bylo použito okno s délkou 512 bodů. Oproti předešlému spektrogramu zde došlo ke zhoršení časového rozlišení ve prospěch frekvenčního. Kupříkladu je zde patrné, že frekvenční složky signálu nepřesahují 50 Hz. V posledním případě (Obrázek 38) bylo použito okno s délkou 256 bodů. Při použití tohoto okna už dochází ke ztrátě rozlišení v časové oblasti.



Obrázek 36: spektrogram EKG (délka okna 16)



Obrázek 37: spektrogram EKG (délka okna 128)

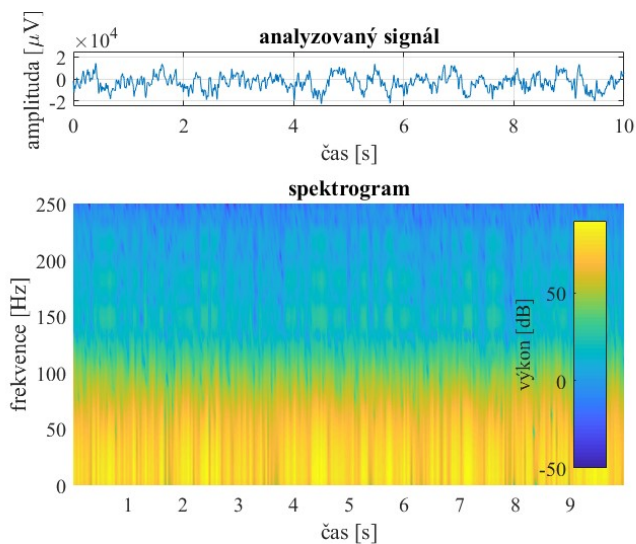


Obrázek 38: spektrogram EKG (délka okna 256)

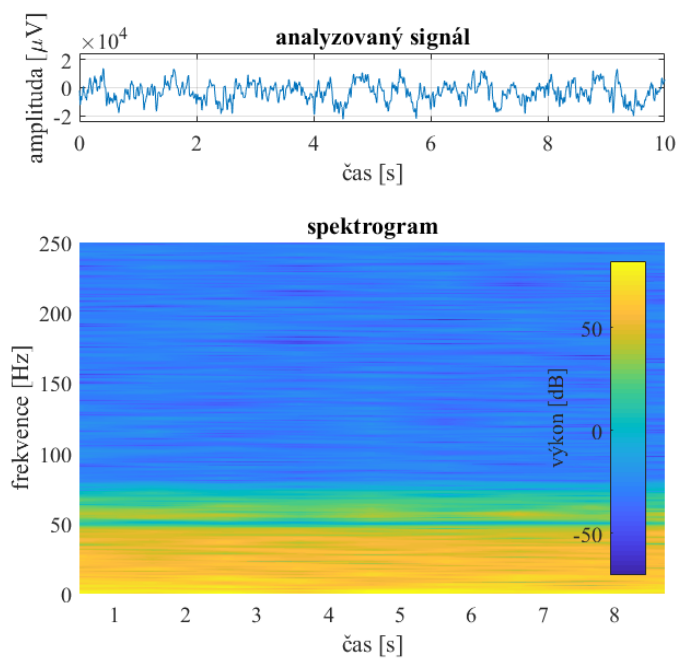
- **EEG signál**

Spektrogramy na obrázcích 39 a 40 byly spočítány pro fyziologický EEG signál se vzorkovací frekvencí 500 Hz. Výpočet STFT byl proveden s Blackmanovým oknem a 0% překrytím. V prvním případě byla délka okna 16 bodů. Při tomto nastavení má spektrogram špatné frekvenční rozlišení. Spektrogram vůbec nezobrazil odfiltrování 50Hz složky signálu. V druhém případě bylo použito okno

s délkou 512 bodů. Zde bylo docíleno dobrého frekvenčního rozlišení na úkor časové. Spektrogram poskytuje přesné informace o frekvenčních složkách signálu. Nevíme ovšem přesně, ve který čas se tyto složky v signále vyskytují.



Obrázek 39: spektrogram EEG (délka okna 16)



Obrázek 40: spektrogram EEG (délka okna 512)

9 Kvantitativní testování

V této kapitole bude popsána metodika a výsledky testování rychlosti algoritmů pro výpočet frekvenčního spektra a vlivu bílého šumu na spektrogram.

9.1 Výpočetní náročnost DFT a FFT

Při tomto testování byla porovnávána rychlost algoritmů pro výpočet frekvenčního spektra. Testování bylo prováděno pro vlastní algoritmy DFT a FFT a předimplementovanou funkci MATLAB. Výpočet byl prováděn pro diskretní sinusový signál s variabilním počtem vzorků. Pro měření času bylo využito MATLAB funkce tic toc. Měření bylo prováděno na osobním počítači s procesorem i7-8750H a 8 GB RAM DDR4.

Ukázka ze zkráceného kódu pro výpočet DFT:

```
tic                                %začátek měření
N=length(x);                      %délka signálu
for k=1:N                          %cyklus pro vzorky spektra
    for n=1:N                      %cyklus pro vzorky signálu
        %transformace jednoho vzorku
        s(n)= x(n)*exp(-i*2*pi*(n)*(k-1/N));
        X(k)=X(k)+ s(n); %suma transformovaných vzorků
    end
end
toc                                %konec měření
```

Z naměřených hodnot v tabulce 2 a Obrázku 41 vyplývá, že výpočetní čas DFT exponenciálně roste s počtem prvků signálu, a tedy odpovídá předpokladu, že výpočetní náročnost DFT je N^2 , kde N je počet vzorků. Měření rychlosti DFT bylo provedeno pouze pro signály do 20 000 vzorků z důvodu nadbytečnosti dalšího měření.

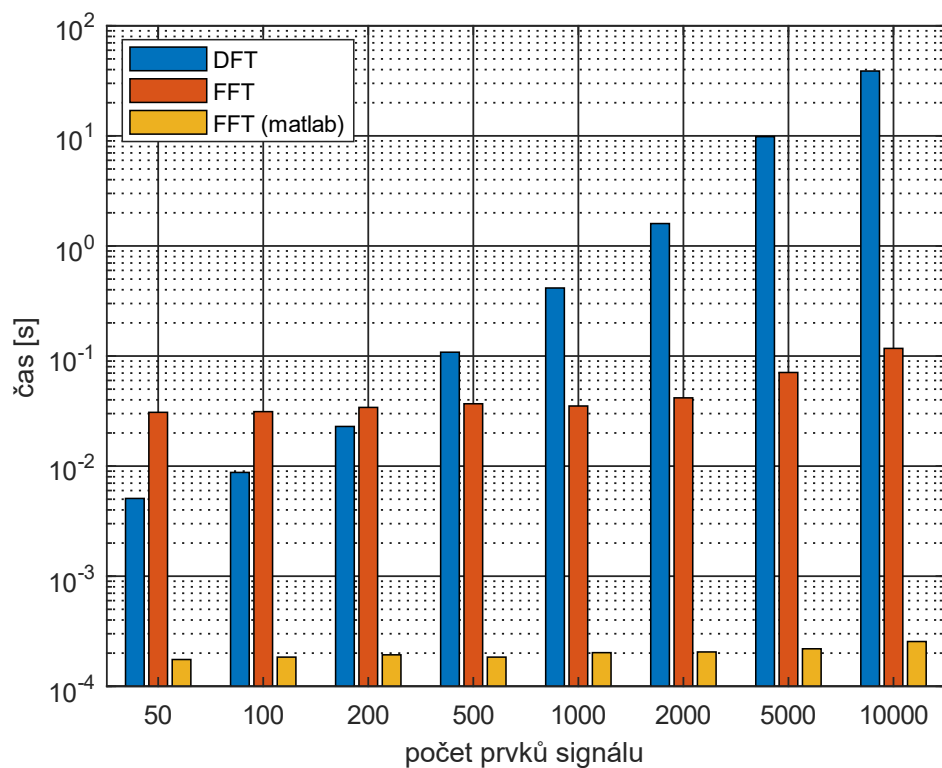
Vlastní implementace FFT (redukce času) vedla k mnohonásobnému zrychlení výpočtu spektra hlavně pro signály s vyšším počtem vzorků. Pro signály do délky 200 vzorků byl rychlejší algoritmus DFT. Vlastní algoritmus FFT je v těchto případech pomalejší, protože před samotným výpočtem spektra musí algoritmus provést sérii příkazů a výpočtů (např. Doplnění signálu nulami na délku mocniny dvou). Tento problém je při delších signálech možno zanedbat.

Předimplementovaná funkce FFT vyšla z testování dle předpokladu nejlépe při všech délkách signálu. Nárůst doby výpočtu je s rostoucím počtem prvků zanedbatelný a pro běžného uživatele nepostřehnutelný.

Z testování vyplývá potřeba FFT algoritmů pro zrychlení výpočtu frekvenčního spektra zejména u signálů s větším počtem vzorků.

Tabulka 2: Testování DFT a FFT

počet prvků signálu	čas DFT [s]	čas FFT [s]	čas FFT (matlab) [s]
50	0,005085	0,03079	0,000175
100	0,008764	0,03125	0,000184
200	0,02292	0,03414	0,000193
500	0,1083	0,03685	0,000184
1000	0,415	0,03516	0,000202
2000	1,598	0,04169	0,000205
5000	9,838	0,0709	0,000219
10000	38,82	0,1173	0,000255
20000	157,52	0,211	0,000338
50000	-	0,4071	0,000652
100000	-	0,802	0,01425
200000	-	1,569	0,01683
500000	-	3,335	0,0259
1000000	-	6,924	0,03667



Obrázek 41: Sloupkový graf závislosti doby výpočtu DFT a FFT na počtu vzorků signálu

9.2 Vliv šumu na spektrogram

Pro testování bylo využito fyziologického EKG signálu. Do toho signálu byl přidáván bílý šum s variabilním SNR (signal to noise ratio), které udává poměr mezi výkonem šumu a výkonem signálu v decibelech. Následně byly pomocí MATLAB funkcí zjištěny střední kvadratická chyba a korelační koeficient spektrogramů signálu ovlivněného šumem a původního signálu. Spektrogram původního signálu je na obrázku 42.

9.2.1 Geneze bílého šumu

Tento šum se vyznačuje stejnou spektrální výkonovou hustotou ve všech částech spektra. V praxi nabývá stejného PSD pouze na definovaném intervalu. Kdyby měl stejné PSD v celé šíři spektra, znamenalo by to, že má signál nekonečný výkon. Na obrázku 43 je ukázka spektrogramu signálu s aditivním šumem.

Aditivní bílý šum lze obecně vytvořit podle následujícího postupu. Nejprve je potřeba převést vstupní parametr SNR z logaritmického do lineárního měřítka. Dále je potřeba vypočítat střední hodnotu výkonu podle následujícího vztahu:

$$P_{sig} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x^2(i) \quad (9.2.1)$$

kde

N = počet prvků vektoru

Pro bílý šum následně platí:

$$sum = \sqrt{\frac{P_{sig}}{SNR_{lin}}} \cdot randn(1, N) \quad (9.2.2)$$

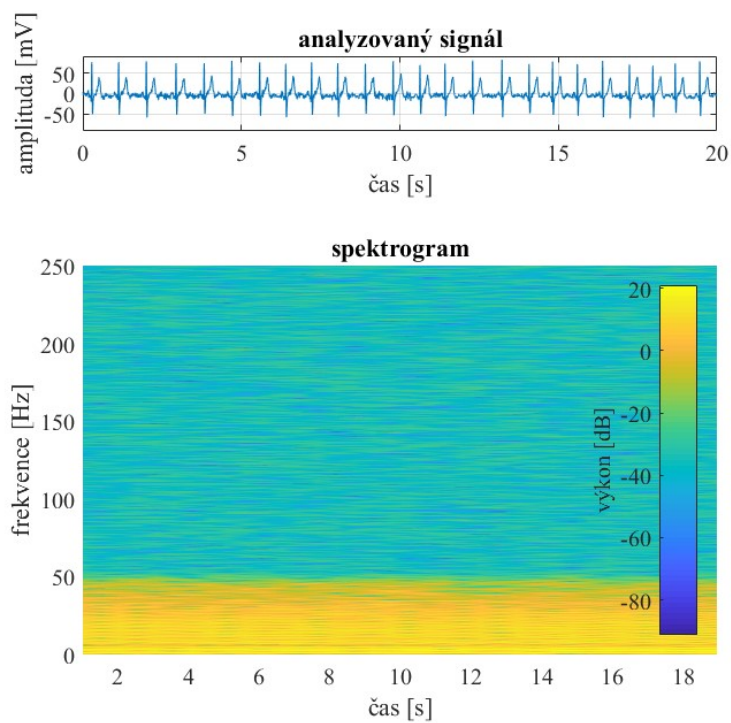
Výsledný signál se získá:

$$x_{sum} = x + sum \quad (9.2.3)$$

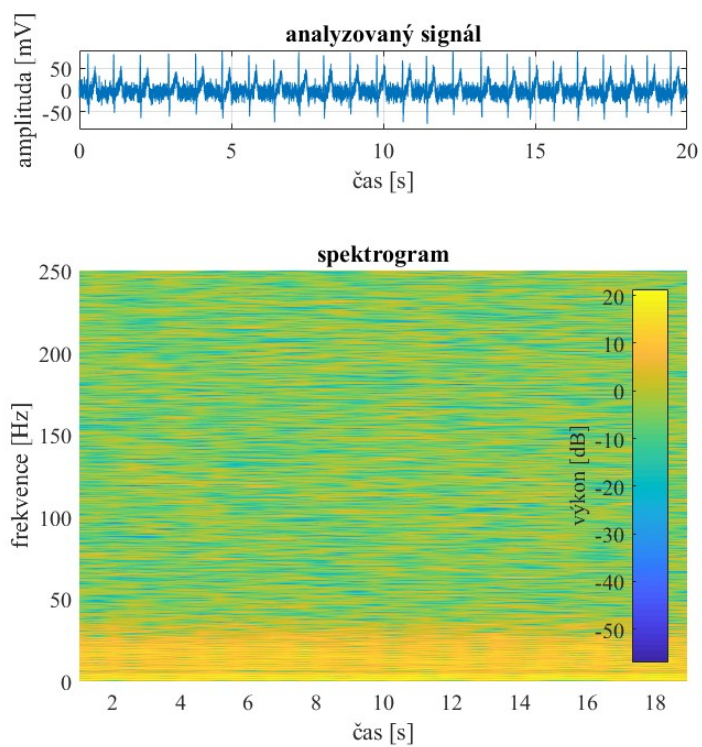
Ukázka ze zkráceného kódu výpočtu šumu:

```
N = length(x); %délka signálu
SNR_dB = 5; %poměr výkonu signálu a šumu v dB

SNR = 10^(SNR_dB/10); %převod SNR z dB do lineárního měřítka
P_sig=sum(abs(x).^2)/(N); %výpočet výkonu signálu
P_sum=P_sig/SNR; %Výpočet výkonu šumu
sumSigma = sqrt(P_sum); %odchylka šumu když x je reálné
sum = sumSigma*randn(1,N); %výpočet šumu
x_sum = x + sum; %výsledný signál se šumem
```



Obrázek 42: Spektrogram EKG bez šumu



Obrázek 43: Spektrogram EKG signálu s bílým šumem ($SNR = 5$ dB)

9.2.2 Střední kvadratická chyba (MSE)

Udává střední hodnotu druhých mocnín rozdílů jednotlivých prvků vektoru nebo matice. Platí, že čím menší MSE je, tím si jsou porovnávané subjekty podobnější. Pro výpočet MSE v prostředí MATLAB slouží příkaz `immse(X, X_sum)`, kde vstupní proměnné jsou zkoumané matice. MSE se vypočítá podle následujícího vztahu:

$$MSE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (X(i) - X_{sum}(i))^2 \quad (9.2.4)$$

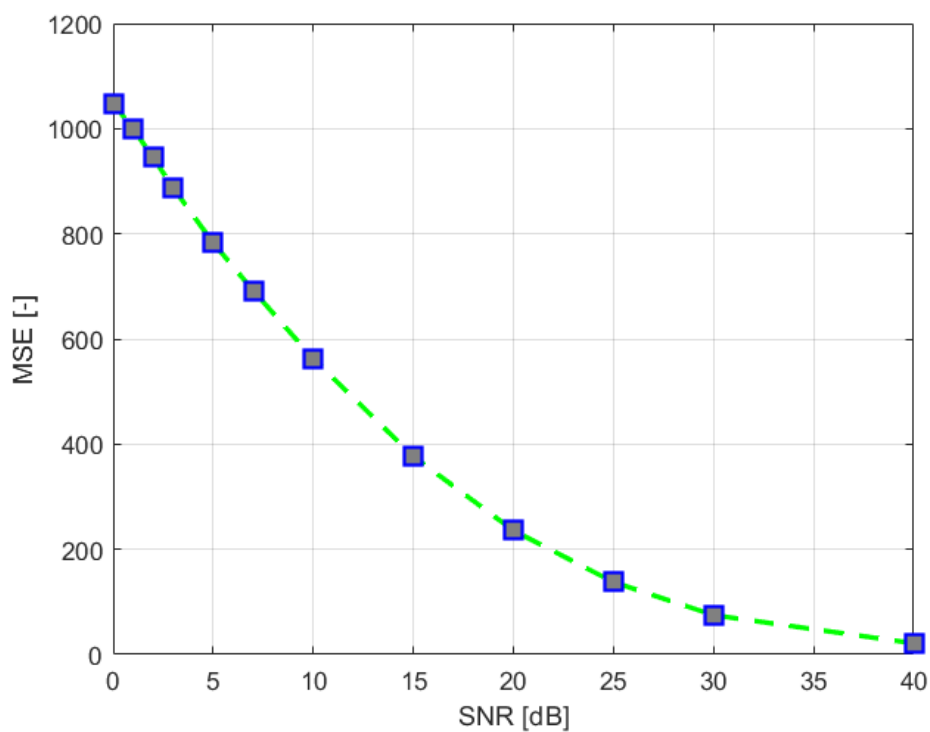
kde

N = počet prvků matice

X = matice spektrogramu

X_{sum} = matice spektrogramu se šumem

Z vypočtených hodnot byl sestaven graf závislosti MSE na SNR (Obrázek 44). Charakteristika odpovídá předpokladu, že s klesajícím výkonem klesá i střední kvadratická chyba.



Obrázek 44: Křivka MSE spektrogramů signálu a signálu s aditivním šumem

9.2.3 Korelace

Korelace udává míru vzájemné lineární závislosti vektorů nebo matic. Výstupem korelace je korelační koeficient, který nabývá hodnot od -1 do 1. V prostředí MATLAB se korelační koeficient vypočítá pomocí příkazu `corrcoef(X, X_sum)`. Tato funkce počítá Pearsonův korelační koeficient, který je dán vztahem:

$$r = \frac{\sum_{i=1}^N (X(i) - \bar{X})(X_{sum}(i) - \bar{X}_{sum})}{\sqrt{\sum_{i=1}^N (X(i) - \bar{X})^2 (X_{sum}(i) - \bar{X}_{sum})^2}} \quad (9.2.5)$$

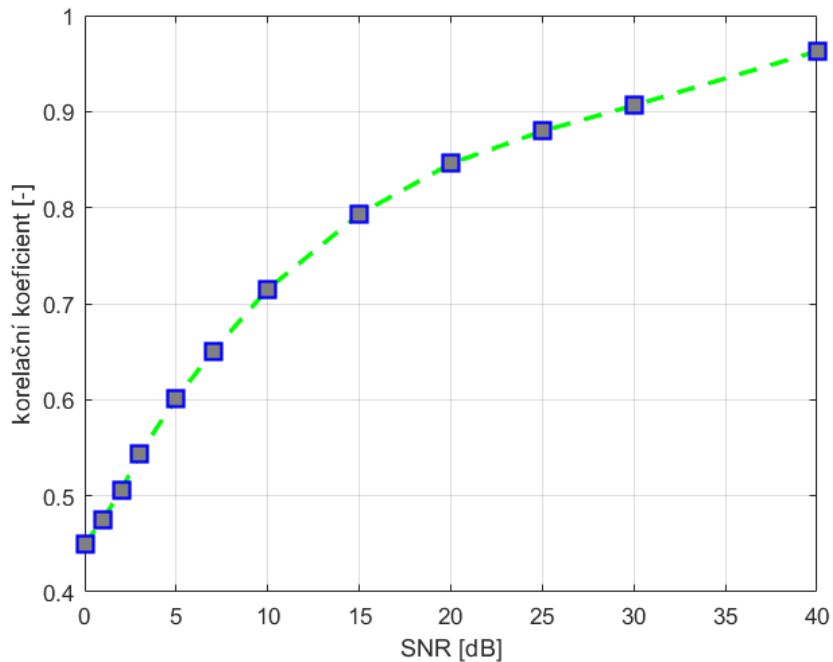
kde

N = počet prvků matice

X = matice spektrogramu

X_{sum} = matice spektrogramu se šumem

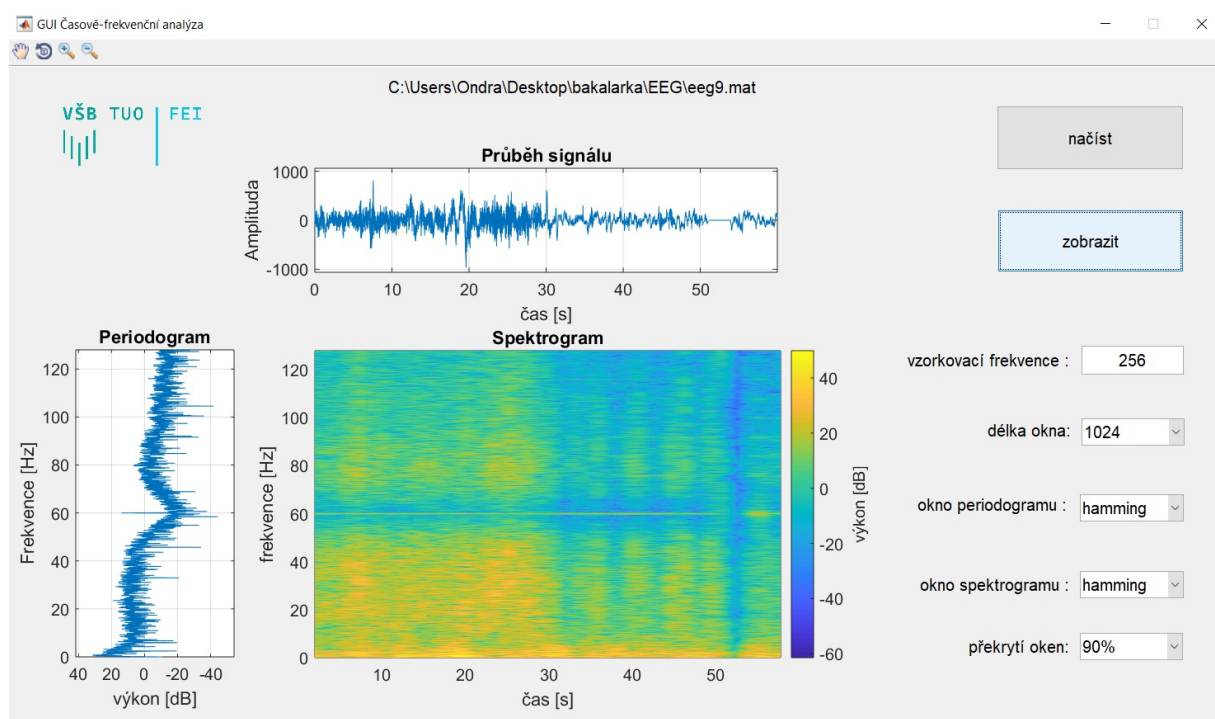
Z vypočtených hodnot byl sestaven graf závislosti korelačního koeficientu na SNR (Obrázek 45). Charakteristika odpovídají předpokladu, že s nižším SNR (vyšším výkonem šumu) bude korelační koeficient klesat.



Obrázek 45: Korelační křivka spektrogramů signálu a signálu s aditivním šumem

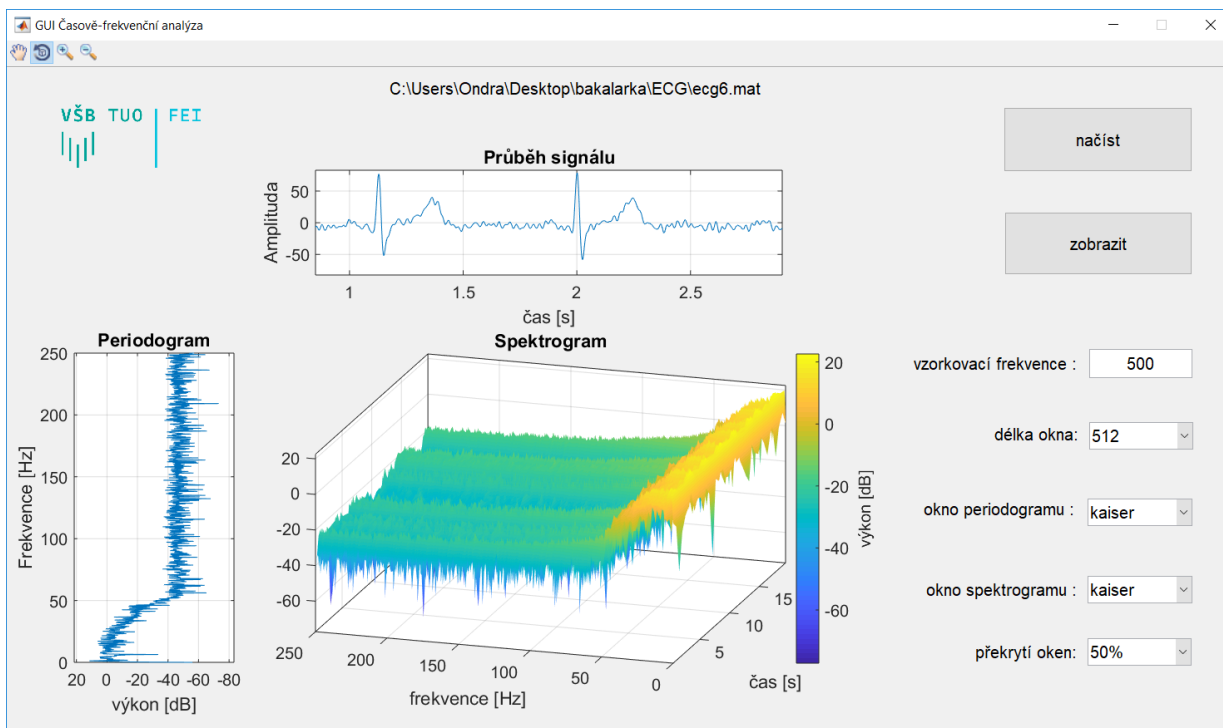
10 Graficko-uživatelské rozhraní (GUI)

GUI (Obrázek 46) vytvořené pro tuto práci má sloužit jako nástroj pro analýzu signálu ve frekvenční a časově-frekvenční doméně. Umožňuje uživateli nahrát soubor z uložení ve formátu *.mat* nebo *.xls*. Tyto soubory musí obsahovat právě jeden vektor hodnot. GUI vypisuje cestu k aktuálnímu nahranému signálu. GUI pro nahraný po stisknutí tlačítka zobrazí vykreslí průběh signálu v čase, periodogram vypočítaný welchovou metodou a spektrogram zobrazující PSD. Výpočty periodogramu a spektrogramu jsou řešeny přednastavenými funkcemi. Uživatel má možnost nastavení několika parametrů jako jsou: vzorkovací frekvence, délka okna pro výpočet periodogramu a spektrogramu, tvary okenních funkcí a překrývání oken.



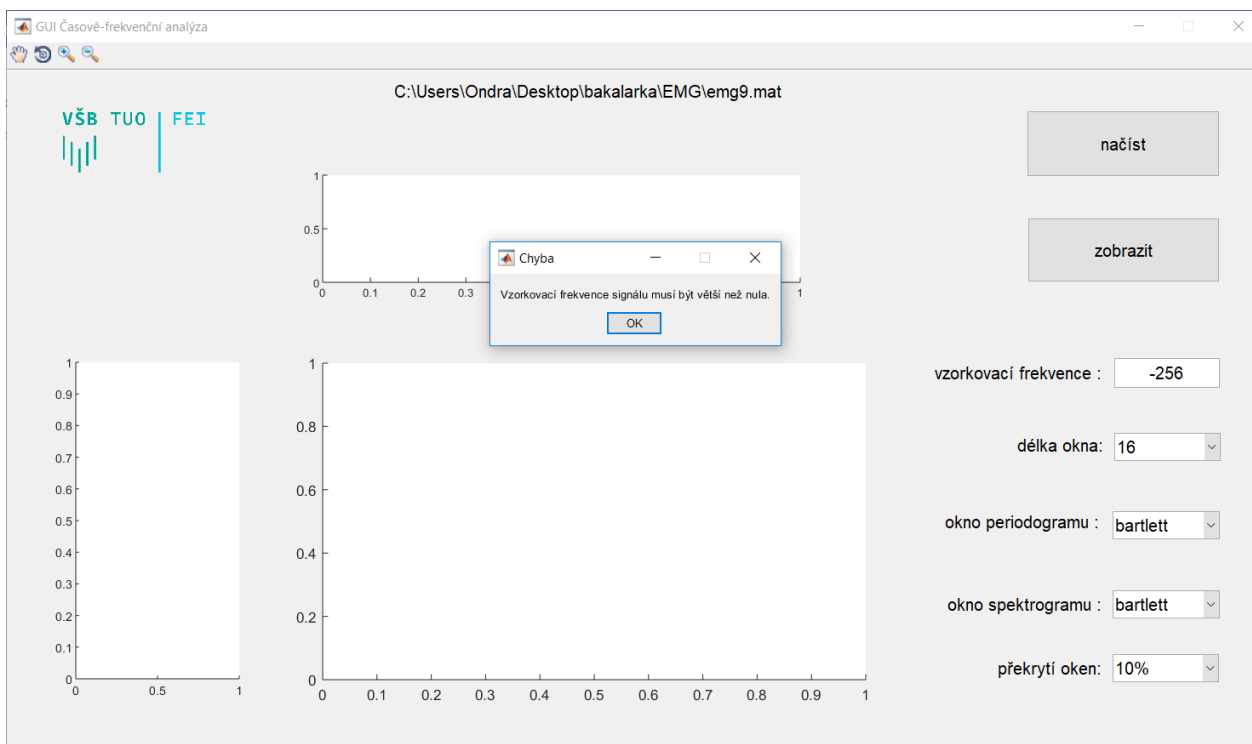
Obrázek 46: GUI - EEG

GUI uživateli umožňuje přibližovat a oddalovat jednotlivé grafy. Hýbat s jednotlivými výstupy a natáčet si spektrogram pro dosažení co nejlepší perspektivy (Obrázek 47).



Obrázek 47: GUI - EKG

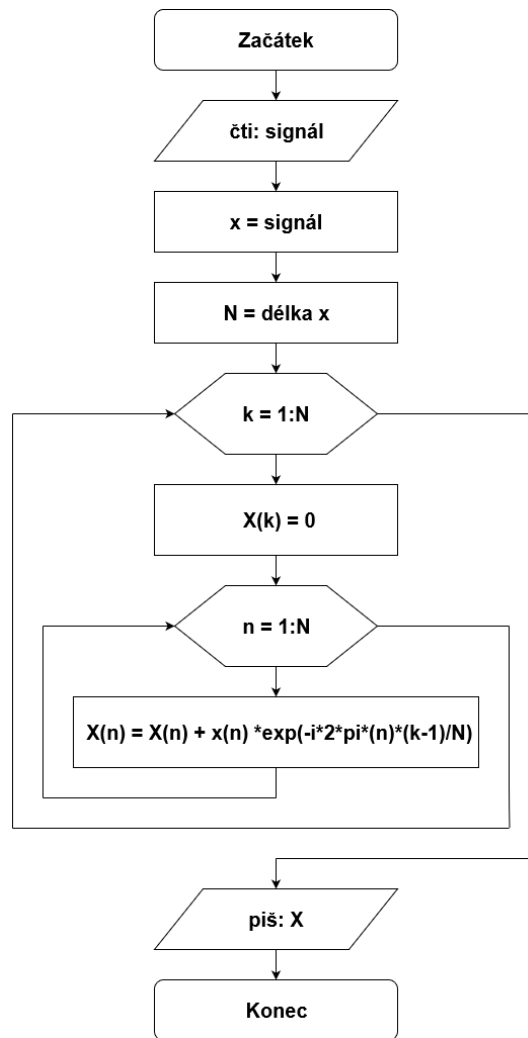
GUI má ošetřené výjimky při kterých se objeví chybová hláška. Chybová hláška se objeví například v případě, kdy uživatel zvolí zápornou vzorkovací frekvenci (Obrázek 48). Dále se chybová hláška objeví, když uživatel klikne na tlačítko zobrazit, před tím, než vybere data k zobrazení, nebo když zvolí délku okna delší, než je samotný analyzovaný signál.



Obrázek 48: GUI - výjimky

11 Laboratorní úloha

Posledním bodem této práce je vytvoření laboratorní úlohy pro implementaci algoritmů FFT a STFT. Laboratorní práce se nachází v přílohách. Studenti se pomocí úlohy naučí navrhnout vlastní algoritmy pro výpočet DFT a STFT. K tomu jim pomohou návody v podobě vývojových diagramů (Obrázek 49). Dále se naučí využít už předimplementované funkce FFT a spektrogram. Otestují rychlost algoritmů FFT a DFT a otestují vliv bílého šumu na spektrogram. Studenti budou mít k dispozici databázi biologických signálů vytvořenou pro tuto bakalářskou práci. Na této databázi budou zkoumat, jaký vliv má typ použitého okna na výsledný spektrogram biologických signálů.



Obrázek 49: Vývojový diagram DFT

Závěr

Cílem bakalářské práce bylo vytvoření graficko-uživatelského rozhraní pro analýzu biologických signálů a vytvoření laboratorní úlohy pro implementaci FFT a STFT algoritmů. V první řadě bylo potřeba vytvořit teoretický základ. Do toho spadá nastudování biologických signálů, zejména jejich frekvenční vlastnosti. Dále bylo potřeba nastudovat časovou, frekvenční a časově-frekvenční doménu signálu a metody analýzy signálů v těchto doménách.

S těmito znalostmi bylo možno přejít k praktické části. Jako první byla vytvořena databáze signálů, která byla použita k pozdějšímu testování algoritmu. Pomocí teoretického základu byly vytvořeny algoritmy pro výpočet frekvenčního spektra metodou DFT a FFT. U těchto metod byla testována jejich výpočetní náročnost v porovnání s přednastavenou MATLAB funkcí FFT. Toto testování potvrdilo význam algoritmů rychlé Fourierovy transformace. Další částí byla implementace STFT pomocí přednastavené MATLAB funkce spektrogram. Zde byly popsány základní okenní funkce a jejich vliv na eliminaci spektrálního prosakování. Potom je v práci rozebrána důležitost zvolení vhodné délky okna a její vliv na frekvenční a časové rozlišení. U metody STFT byl testován vliv aditivního bílého šumu na výsledný spektrogram. Vliv šumu byl zjištěn z korelačních koeficientů a středních kvadratických chyb spektrogramu původního signálu a spektrogramu signálu s přidaným šumem.

Stěžejním bodem práce bylo vytvoření graficko-uživatelského rozhraní. Toto GUI umožňuje snadnou analýzu signálů pomocí periodogramu a spektrogramu. Uživatel si může nastavit tvary a délky okenních funkcí, a tak lépe pochopit problematiku STFT.

Hlavním cílem bakalářské práce bylo vytvoření laboratorní úlohy pro implementaci FFT a STFT algoritmů. V této práci se odráží téměř veškeré předešlé body. Studenti si pomocí návodů sestaví vlastní algoritmy pro výpočet frekvenčního spektra a spektrogramu, které následně otestují podobně jako tomu bylo v této práci. Studenti se seznámí s problematikou nastavení okna spektrogramu. Dále využijí vytvořenou databázi biologických signálů k prohloubení znalosti frekvenční a časově-frekvenční domény těchto signálů.

Použitá literatura

- [1] PENHAKER, Marek a Martin IMRAMOVSKÝ. *Zdravotnické elektrické přístroje*. Ostrava: Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava, 2013.
- [2] REILLY, Richard B. a T. Clive LEE. *Electrograms (ECG, EEG, EMG, EOG). Technology and Health Care*[online]. 2010, 2010(18), 17 [cit. 2018-07-02]. DOI: 10.3233/THC-2010-0604. dostupné z: <http://web.a.ebscohost.com/ehost/pdfviewer/pdfviewer?vid=32&sid=a4d33d46-9248-40b2-bef2-d8bee5c6ada5%40sessionmgr4009>
- [3] KAHÁNKOVÁ, Radana. *Návrh syntetického EKG signálu v prostředí MATLAB*. Ostrava, 2014. Bakalářská práce. Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava. Vedoucí práce Ing. Jan Kubíček, Ph.D.
- [4] RANGAYYAN, Rangaraj M. *Biomedical signal analysis*. Second edition. Hoboken, New Jersey: John Wiley, [2015]. ISBN 978-0-470-91139-6.
- [5] AHMED, Fathy M., Khairy A. ELBARBARY a Abdel Rahman H. ELBARDAWINY. Detection of Sinusoidal Signals in Frequency Domain. In: *2006 CIE International Conference on Radar* [online]. IEEE, 2006, 2006, s. 1-5 [cit. 2018-12-06]. DOI: 10.1109/ICR.2006.343208. ISBN 0-7803-9582-4. Dostupné z: <http://ieeexplore.ieee.org/document/4148314/>
- [6] DLIU, A., R. LATIF, M. LAABOUBI a F. M. R. MAOULAININE. Abnormal ECG Signals Analysis Using Non-Parametric Time–Frequency Techniques. *Arabian Journal for Science and Engineering* [online]. 2014, **39**(2), 913-921 [cit. 2018-07-01]. DOI: 10.1007/s13369-013-0687-x. ISSN 1319-8025. Dostupné z: <http://link.springer.com/10.1007/s13369-013-0687-x>
- [7] ČÍŽEK, Václav. *Discrete Fourier transforms and their applications*. Boston: Adam Hilger, c1986. ISBN 9780852748008.
- [8] STANKOVIĆ, Ljubiša, Miloš DAKOVIĆ a Thayannathan THAYAPARAN. *Time-frequency signal analysis with applications*. Norwood, MA: Artech House, c2013. Artech House radar library. ISBN 978-1-60807-651-2.
- [9] TRÁGE, David. *Časově-frekvenční analýza*. Brno, 2009. Bakalářská práce. VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ. Vedoucí práce Ing. Radek Kubásek, Ph.D.

- [10] WACKER, M. a H. WITTE. Time-frequency Techniques in Biomedical Signal Analysis. *Methods of Information in Medicine* [online]. 2018, **52**(04), 279-296 [cit. 2019-04-15]. DOI: 10.3414/ME12-01-0083. ISSN 0026-1270. Dostupné z: <http://www.thieme-connect.de/DOI/DOI?10.3414/ME12-01-0083>
- [11] PINNEGAR, C. Robert a Lalu MANSINHA. The S -transform with windows of arbitrary and varying shape. *GEOPHYSICS* [online]. 2003, **68**(1), 381-385 [cit. 2019-04-15]. DOI: 10.1190/1.1543223. ISSN 0016-8033. Dostupné z: <https://library.seg.org/doi/10.1190/1.1543223>
- [12] ZHIVOMIROV, Hristo. Inverse Short-Time Fourier Transform (ISTFT) with Matlab. *MathWorks* [online]. 2019 [cit. 2019-04-22]. Dostupné z: <https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/45577-inverse-short-time-fourier-transform-istft-with-matlab>
- [13] WEIDONG, Zhou a Li YINGYUAN. EEG real-time feedback based on STFT and coherence analysis. *Engineering in Medicine and Biology Society*. 2001, **2001**(23), 4.
- [14] MJAHAD, A., A. ROSADO-MUÑOZ a M. BATALLER-MOMPEÁN. Ventricular Fibrillation and Tachycardia detection from surface ECG using time-frequency representation images as input dataset for machine learning. *Computer Methods and Programs in Biomedicine*. 2017, **2017**(141), 119-127.
- [15] KRISHNA, B.T. Electrocardiogram Signal and Linear Time–Frequency Transforms. *Journal of The Institution of Engineers (India): Series B*. Springer India, 2012, **2012**(95), 377-382.
- [16] YAN, Aiyu, Weidong ZHOU, Qi YUAN, Shasha YUAN, Qi WU, Xiuhe ZHAO a Jiwen WANG. Automatic seizure detection using Stockwell transform and boosting algorithm for long-term EEG. *Epilepsy & Behavior* [online]. 2015, **45**, 8-14 [cit. 2019-04-27]. DOI: 10.1016/j.yebeh.2015.02.012. ISSN 15255050. Dostupné z: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S1525505015000608>

Seznam příloh

Tištěné přílohy

Příloha A.	Tabulky k databázi biologických signálů – 3 strany	II
Příloha B.	Frekvenční spektra signálů – 3 strany	V
Příloha C.	Spektrogramy signálů – 3 strany	VIII
Příloha D.	Výsledky testování – 1 strana.....	XI
Příloha E.	Laboratorní úloha – 8 stran	XII

Elektronické přílohy na CD (v IS Edison)

Příloha F.	Databáze biologických signálů
Příloha G.	Kódy pro výpočet FT a STFT
Příloha H.	Kódy GUI
Příloha CH.	Exportovaný soubor GUI pro spuštění pomocí MATLAB Runtime
Příloha I.	Soubory laboratorní úlohy

Příloha A. Tabulky k databázi biologických signálů

Tabulka A-a: Signály EKG

	pohlaví	věk	svod	vf [Hz]	délka záznamu [s]	pozn.
ECG1	-	-	II	257	60	paroxysmální ventrikulární tachykardie
ECG2	-	-	II	257	60	fyziologický
ECG3	-	-	I	500	20	fyziologický nefiltrovaný
ECG4	-	-	I	500	20	fyziologický filtrovaný
ECG5	-	-	I	500	20	fyziologický nefiltrovaný
ECG6	-	-	I	500	20	fyziologický filtrovaný
ECG7	-	-	I	257	60	hypertrofie levé komory
ECG8	-	-	I	257	60	hypertrofie levé komory
ECG9	-	-	II	257	60	ventrikulární extrasystoly
ECG10	-	-	II	257	60	předčasná systola síní
ECG11	-	-	II	257	60	ventrikulární bigeminie
ECG12	-	-	II	257	60	paroxysmální ventrikulární tachykardie
ECG13	-	-	II	128	60	fyziologický (v první části špatně umístěny elektrody)
ECG14	-	-	II	128	60	fyziologický
ECG15	-	-	II	128	60	supraventrikulární arytmie
ECG16	-	-	II	128	60	supraventrikulární arytmie
ECG17	-	-	II	250	60	fyziologický
ECG18	-	-	II	1000	60	fyziologický
ECG19	-	-	I	1000	60	flutter síní

ECG20	-	-	II	1000	60	fyziologický
-------	---	---	----	------	----	--------------

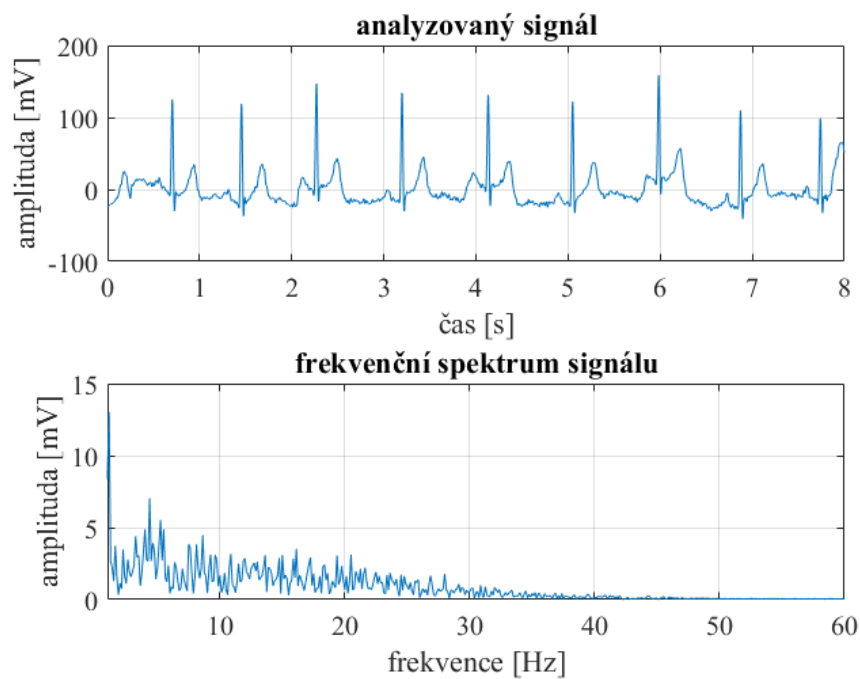
Tabulka A-b: Signály EEG

	pohlaví	věk	svod	vř [Hz]	délka záznamu [s]	pozn.
EEG1	F	21	C3 (uni)	500	59,998	v klidu
EEG2	F	21	C3 (uni)	500	59,998	při odčítání dvouciferného čísla od čtyřciferného
EEG3	M	24	C3 (uni)	500	59,998	v klidu
EEG4	M	24	C3 (uni)	500	59,998	při odčítání dvouciferného čísla od čtyřciferného
EEG5	M	24	O2 (uni)	500	59,998	v klidu
EEG6	M	24	O2 (uni)	500	59,998	při odčítání dvouciferného čísla od čtyřciferného
EEG7	F	11	F3 - C3	256	59,9961	epilepsie
EEG8	F	13	F3 - C3	256	59,9961	epilepsie (1,5 roků po EEG7)
EEG9	M	3,5	F3 - C3	256	59,9961	epilepsie
EEG10	M	22	F3 - C3	256	59,9961	epilepsie
EEG11	-	-	P8	2048	59,9995	promítání fotek s frekvencí 5 snímků za sekundu
EEG12	-	-	P8	2048	59,9995	promítání fotek s frekvencí 10 snímků za sekundu
EEG13	-	-	Ft8 (uni)	160	59,9938	v klidu s otevřenýma očima
EEG14	-	-	Ft8 (uni)	160	59,9938	v klidu se zavřenýma očima
EEG15	-	-	Ft8 (uni)	160	59,9938	otevírání a zatínání pěstí a chodidel
EEG16	-	-	Ft8 (uni)	160	59,9938	představa otevírání a zatínání pěstí a chodidel
EEG17	-	-	Cz (uni)	160	59,9938	v klidu s otevřenýma očima
EEG18	-	-	Cz (uni)	160	59,9938	v klidu se zavřenýma očima
EEG19	-	-	Cz (uni)	160	59,9938	otevírání a zatínání pěstí a chodidel
EEG20	-	-	Cz (uni)	160	59,9938	představa otevírání a zatínání pěstí a chodidel

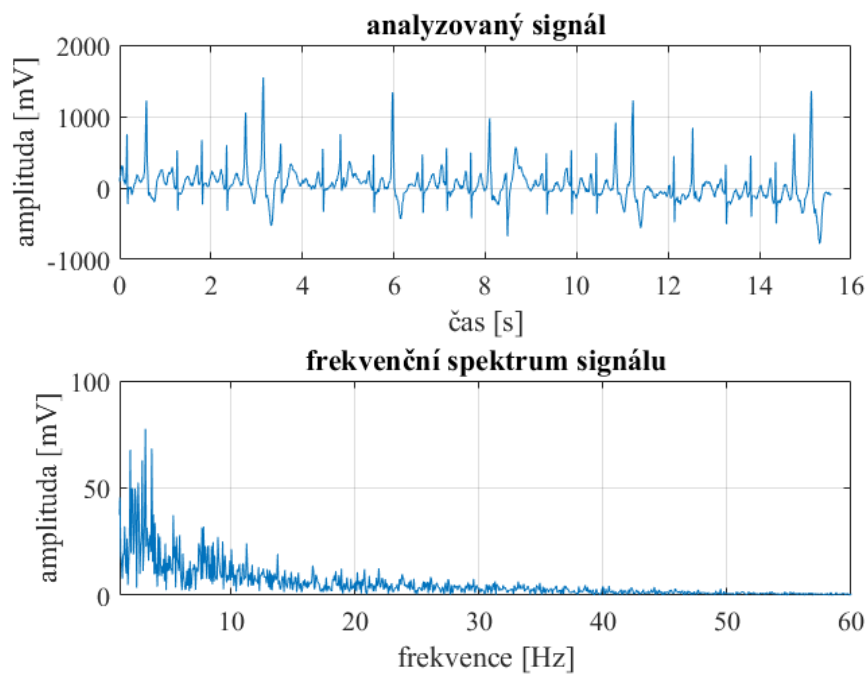
Tabulka A-c: Signály EMG

	pohlaví	věk	svod	vř [Hz]	délka záznamu [s]	pozn.
EMG1	M	44	invazivní 25mm v m. tibialis anterior	4000	12,715	zdravý
EMG2	M	57	invazivní 25mm v m. tibialis anterior	4000	27,584	myopatie
EMG3	M	62	invazivní 25mm v m. tibialis anterior	4000	36,9645	neuropatie
EMG4	F	37	neinvazivní m. tibialis anterior	512	60	zdravá (během spánku)
EMG5	M	34	neinvazivní m. tibialis anterior	512	60	zdravá (během spánku)
EMG6	F	35	neinvazivní m. tibialis anterior	512	60	zdravá (během spánku)
EMG7	M	34	neinvazivní m. tibialis anterior	512	60	brunxismus (během spánku)
EMG8	M	23	neinvazivní m. tibialis anterior	256	60	brunxismus (během spánku)
EMG9	M	54	neinvazivní m. tibialis anterior	256	60	insomnie (během spánku)
EMG1 0	F	58	neinvazivní m. tibialis anterior	512	60	insomnie (během spánku)
EMG1 1	F	29	neinvazivní m. tibialis anterior	512	60	narkolepsie (během spánku)
EMG1 2	F	44	neinvazivní m. tibialis anterior	512	60	narkolepsie (během spánku)
EMG1 3	F	16	neinvazivní m. tibialis anterior	512	60	epilepsie předního laloku (během spánku)
EMG1 4	F	41	neinvazivní m. tibialis anterior	512	60	epilepsie předního laloku (během spánku)
EMG1 5	M	61	neinvazivní m. tibialis anterior	256	60	hýbání nohami (během spánku)
EMG1 6	F	52	neinvazivní m. tibialis anterior	512	60	hýbání nohami (během spánku)
EMG1 7	M	58	neinvazivní m. tibialis anterior	512	60	porucha REM fáze spánku
EMG1 8	M	77	neinvazivní m. tibialis anterior	512	60	porucha REM fáze spánku
EMG1 9	M	65	neinvazivní m. tibialis anterior	256	60	nepravidelné dýchání (během spánku)
EMG2 0	M	77	neinvazivní m. tibialis anterior	256	60	nepravidelné dýchání (během spánku)

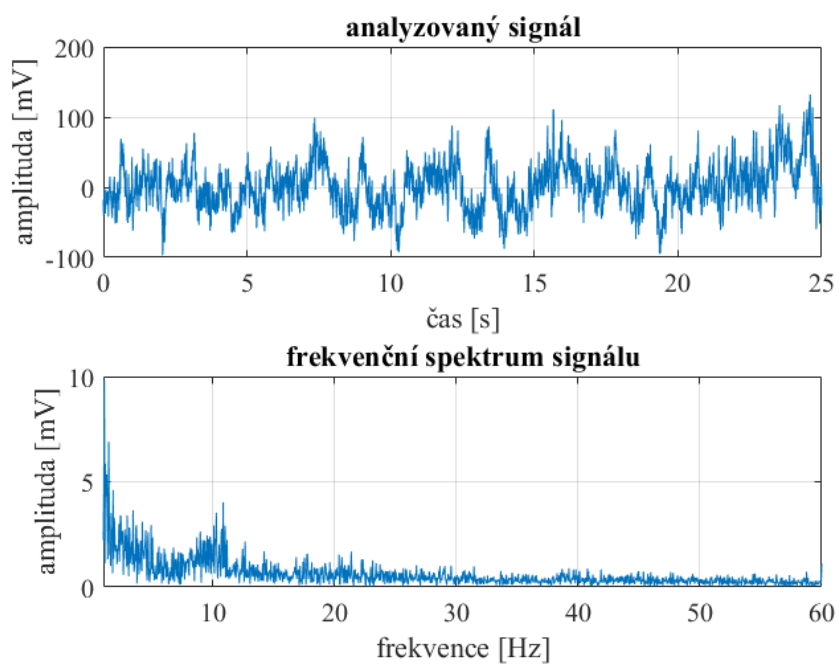
Příloha B. Frekvenční spektra signálů



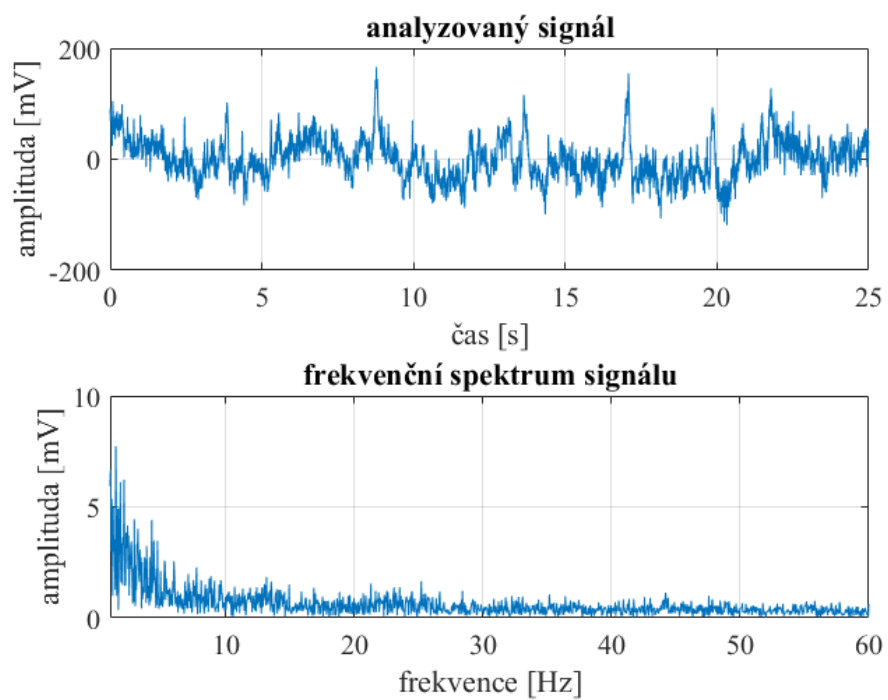
Obrázek B-a: frekvenční spektrum signálu ECG4



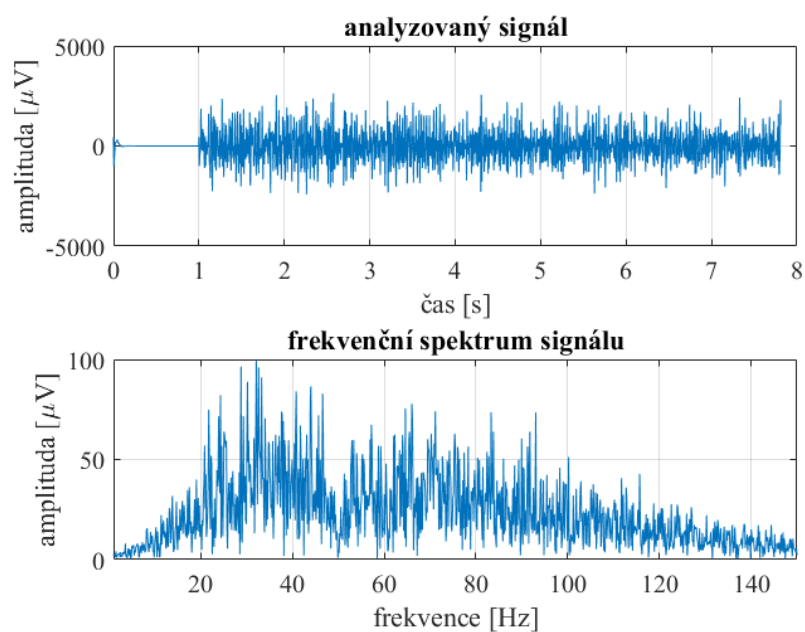
Obrázek B-b: frekvenční spektrum signálu ECG12



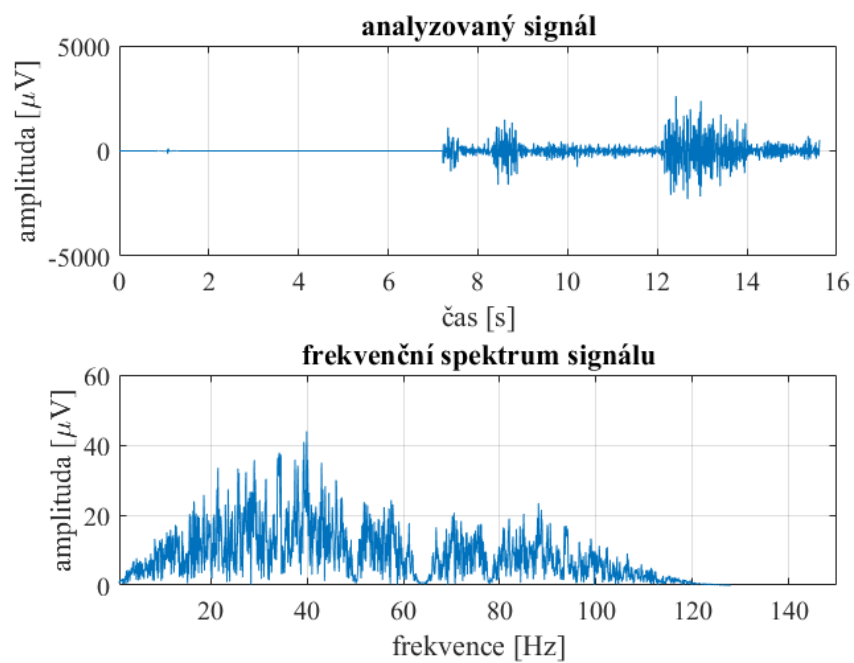
Obrázek B-c: frekvenční spektrum signálu EEG14



Obrázek B-d: frekvenční spektrum signálu EEG15

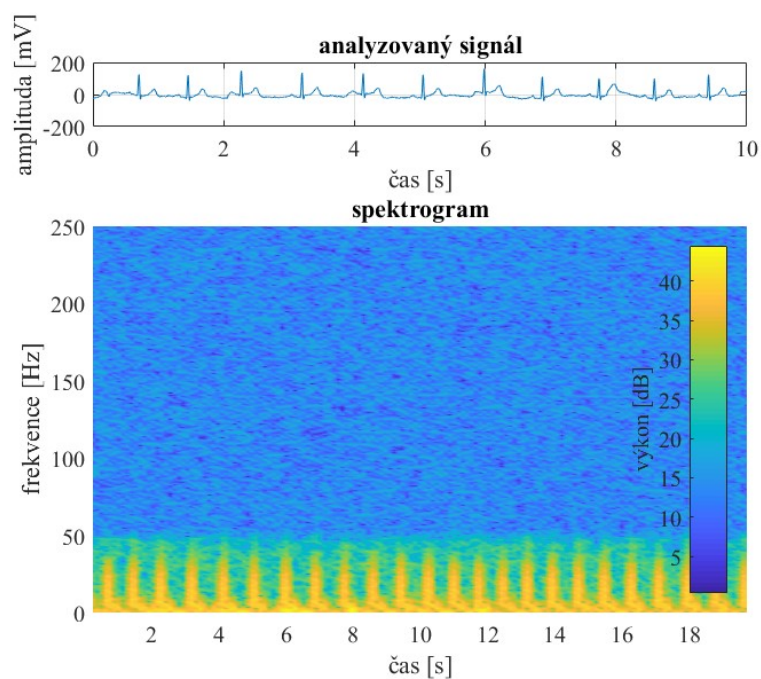


Obrázek B-e: frekvenční spektrum signálu EMG18

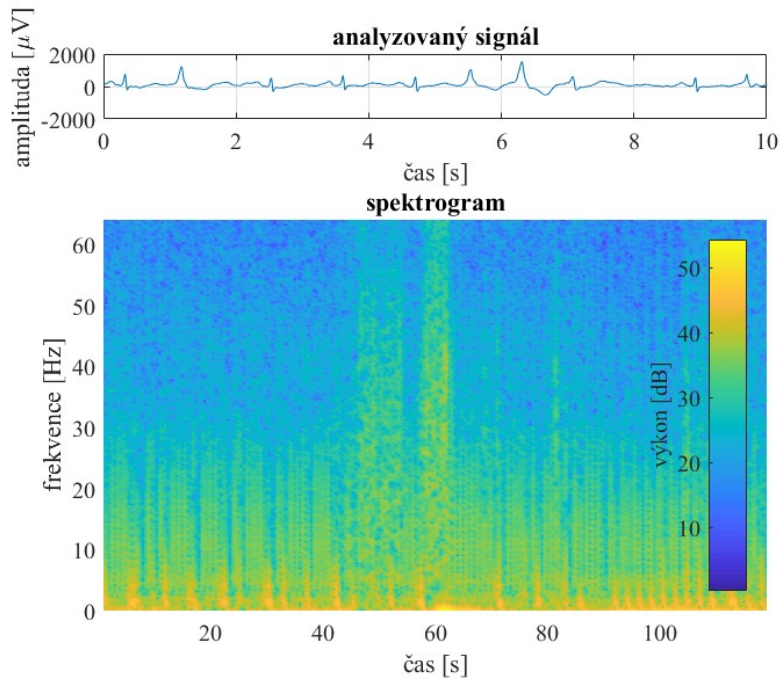


Obrázek B-f: frekvenční spektrum signálu EMG19

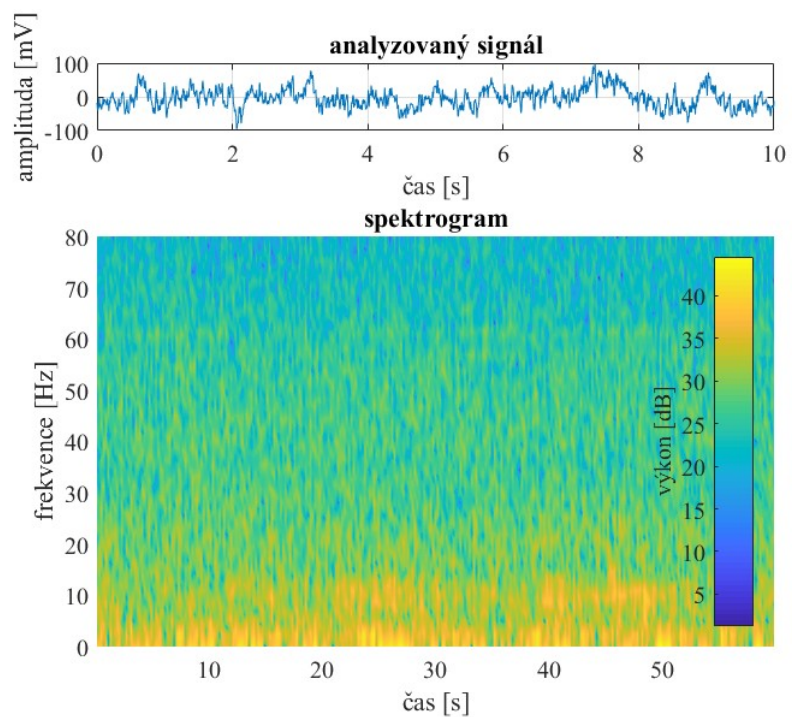
Příloha C. Spektrogramy signálů



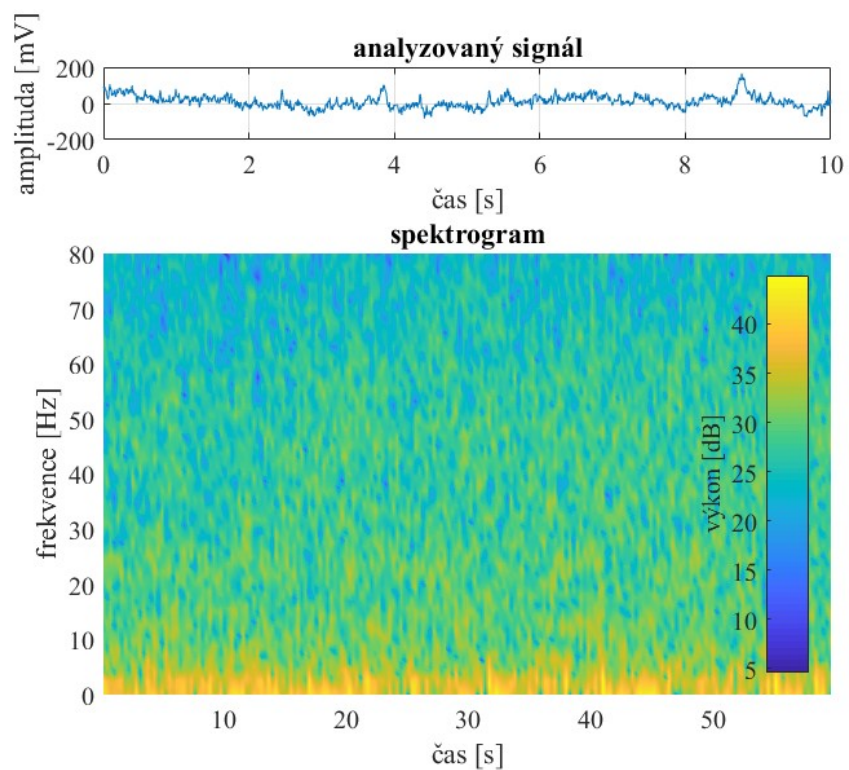
Obrázek C-a: Spektrogram ECG4 (Hannovo okno o délce 256 bodů, 25% překrytí)



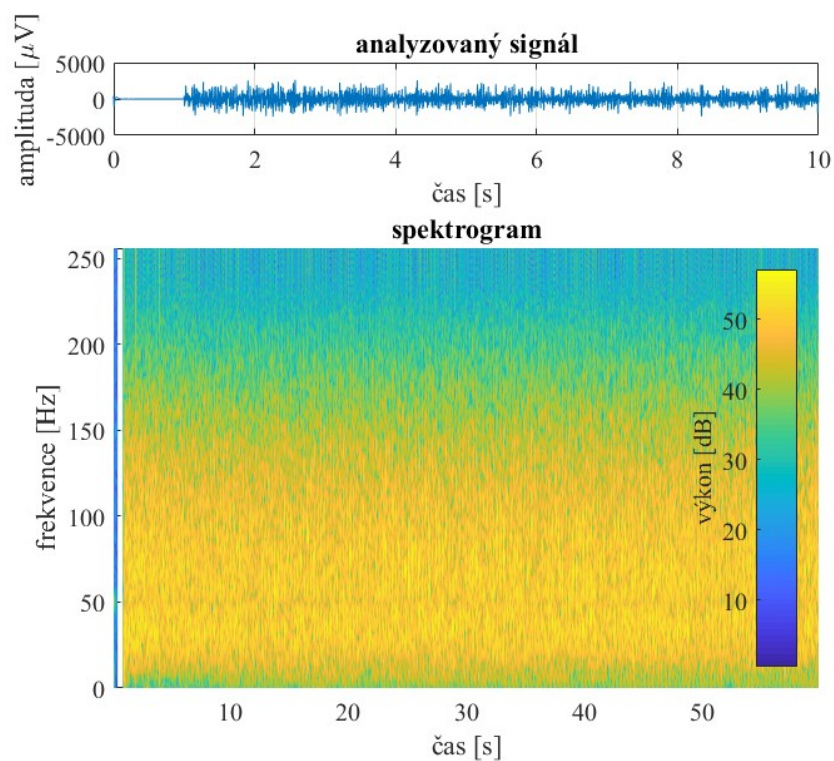
Obrázek C-b: Spektrogram ECG12 (Blackmanovo okno o délce 128 bodů, 25% překrytí)



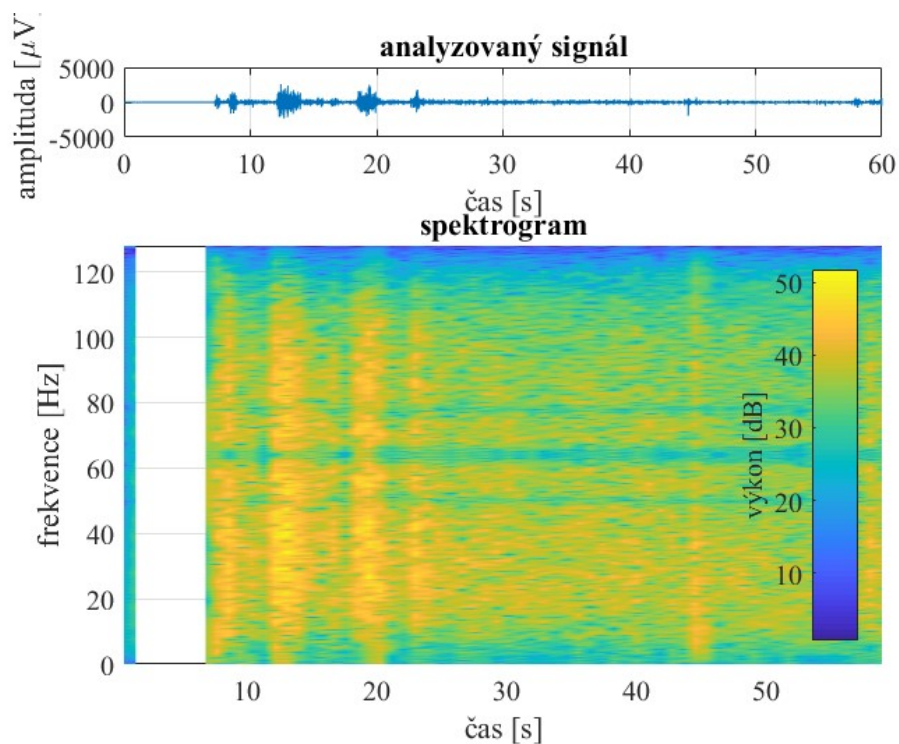
Obrázek C-c: Spektrogram EEG14 (Blackmanovo okno o délce 64 bodů, 50% překrytí)



Obrázek C-d: Spektrogram EEG15 (Hannovo okno o délce 64 bodů, 75% překrytí)



Obrázek C-e: Spektrogram EMG18 (Hammingovo okno o délce 128 bodů, 10% překrytí)



Obrázek C-f: Spektrogram EMG19 (Kaiserovo okno o délce 256 bodů, 90% překrytí)

Příloha D. Výsledky testování

Tabulka D-a: Výsledky testování vlivu šumu na spektrogram

SNR [dB]	0	1	2	3	5	7
Korelační koeficient [-]	0,4497	0,4757	0,5057	0,5435	0,6014	0,6502
MSE [-]	1048,2	999,3157	944,9149	887,1712	782,6086	692,0031
SNR [dB]	10	15	20	25	30	40
Korelační koeficient [-]	0,7152	0,7931	0,8459	0,8796	0,9064	0,9627
MSE [-]	562,4628	376,763	235,782	137,5908	74,8106	21,275

Příloha E. Laboratorní úloha

Aplikace FFT a STFT pro biomedicínské signály

1. Cíl úlohy

Prostřednictvím této laboratorní úlohy se naučíte:

- Vlastní implementaci DFT a implementaci přednastavené MATLAB funkce FFT
- Komparativní analýzu výpočetní náročnosti Fourierovy transformace
- Princip metody STFT
- Implementaci vlastního algoritmu STFT a přednastavené MATLAB funkce spektrogram

2. Zadání

1. Porovnejte rychlost vlastního algoritmu DFT s rychlostí MATLAB funkce FFT.
2. Naimplementujte FFT algoritmus (dobrovolná úloha)
3. Naimplementujte vlastní algoritmus pro výpočet STFT podle návodu.
4. Vypočtěte STFT pomocí předimplementované funkce.
5. Spočítejte korelační koeficienty a střední kvadratickou chybu spektrogramu a spektrogramu s přidaným šumem.
6. Analyzujte zadané biologické signály v časově-frekvenční doméně.

3. Předpokládané znalosti

Pro tuto úlohu se vyžaduje nastudování:

Softwarového prostředí MATLAB

Používaných funkcí fft, spektrogram

Základy algoritmizace v prostředí MATLAB

4. Použité vybavení

Stolní počítač nebo notebook

MATLAB

5. Teoretický rozbor

5.1 Fourierova transformace

Jedná se o rozšíření Fourierových řad. Fourierova transformace (dále je FT) se využívá k popsání signálu v kmitočtové oblasti. Narozdíl od Fourierovy řady lze pomocí FT převést do frekvenční oblasti i neperiodické signály. FT se narozdíl od Fourierových řad počítá pro nekonečně dlouhý interval. FT se nejčastěji počítá podle vztahu níže.

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-j\omega t} dt$$

kde

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

5.2 Diskrétní Fourierova transformace (DFT)

Předešlou metodu lze využít jen tehdy, pokud je potřeba zjistit frekvenční spektrum spojitého signálu. V praxi se většinou pracuje s diskrétními signály, a proto je potřeba předešlé vztahy upravit.

Vztah pro výpočet spektra diskrétního signálu:

$$F_k = \sum_{i=0}^{N-1} f_i e^{-j2\pi \frac{ki}{N}}$$

kde

N = počet vzorků signálu

$k = 1, 2, 3 \dots$

Hlavní nevýhodou je časová náročnost výpočtu DFT. Pro každou složku f_i je potřeba provést N operací. To dává N^2 operací pro výpočet DFT.

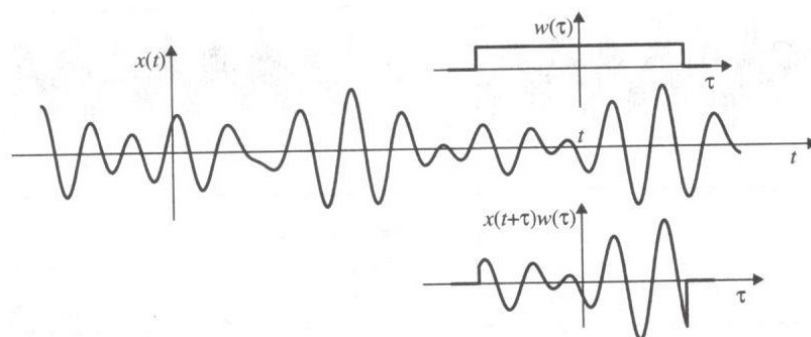
5.3 Rychlá Fourierova transformace (FFT)

V anglických textech se rychlá Fourierova transformace vyskytuje jako Fast Fourier transform (FFT). FFT zrychluje výpočet DFT díky minimalizace počtu násobení. Využívá k tomu několika algoritmů. Nejpoužívanější jsou Algoritmy Cooleyho a Tukeyho. Jedná se o algoritmy redukce času a redukce kmitočtu.

5.4 Krátkodobá Fourierova transformace (STFT)

STFT je metoda časově-frekvenční analýzy signálu. Tato metoda spočívá v rozdělení signálu na segmenty, které jsou vynásobeny okenní funkcí. Takto vynásobené segmenty jsou následně převedeny do

frekvenčního spektra pomocí FT (DFT). Frekvenční spektra segmentů jsou nakonec poskládána za sebe, čímž se získá průběh frekvenčních komponent v čase.



Násobení segmentu okenní funkcí

Vztah pro výpočet STFT spojitého signálu:

$$STFT(t, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t + \tau)w(\tau)e^{-j\omega\tau} d\tau$$

kde

$x(t + \tau)$ = analyzovaný signál

$w(\tau)$ = okenní funkce

V praxi se většinou pracuje s diskretními signály, pro které je potřeba předešlé vztahy upravit.

$$STFT(n, k) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} x(m + n)w(m)e^{-jmk/N}$$

kde

N = délka okna

$k = 1, 2, 3 \dots$

V praxi se většinou pracuje se spektrogramem, který poskytuje informace o výkonech jednotlivých frekvenčních komponent signálu. Spektrogram se získá z následujícího vztahu. [8]

$$SPEC(t, \omega) = |STFT(t, \omega)|^2$$

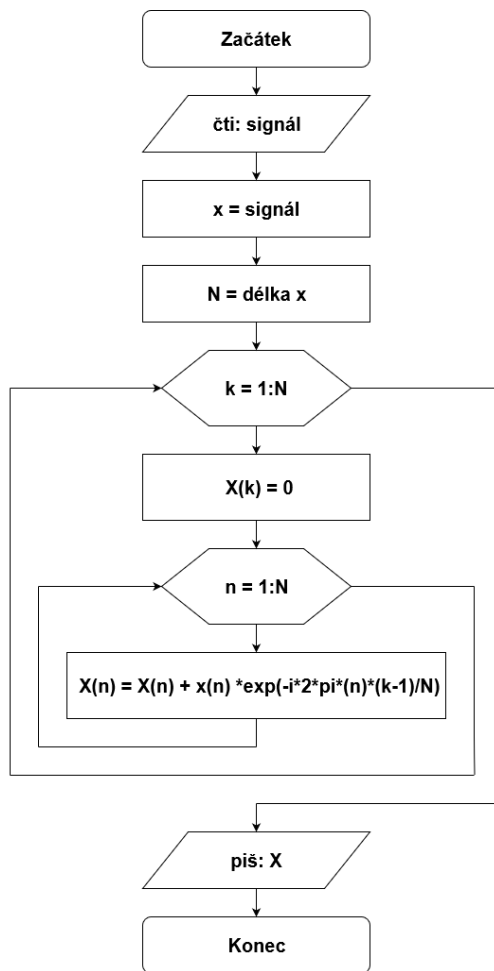
Mezi nejdůležitější parametry STFT patří délka okenní funkce, překrývání okenní funkce a tvar okenní funkce,

U délky okna platí, že čím je okno delší tím je lepší frekvenční rozlišení a horší časové rozlišení. Naopak u krátkých oken je lepší časové rozlišení a horší frekvenční rozlišení. U volby délky okna tedy vždy dochází ke kompromisu mezi frekvenční a časovým rozlišením. FT je tedy možno chápat jako STFT s nekonečně dlouhým oknem.

6. Pracovní postup

6.1 Rychlost algoritmů DFT a FFT

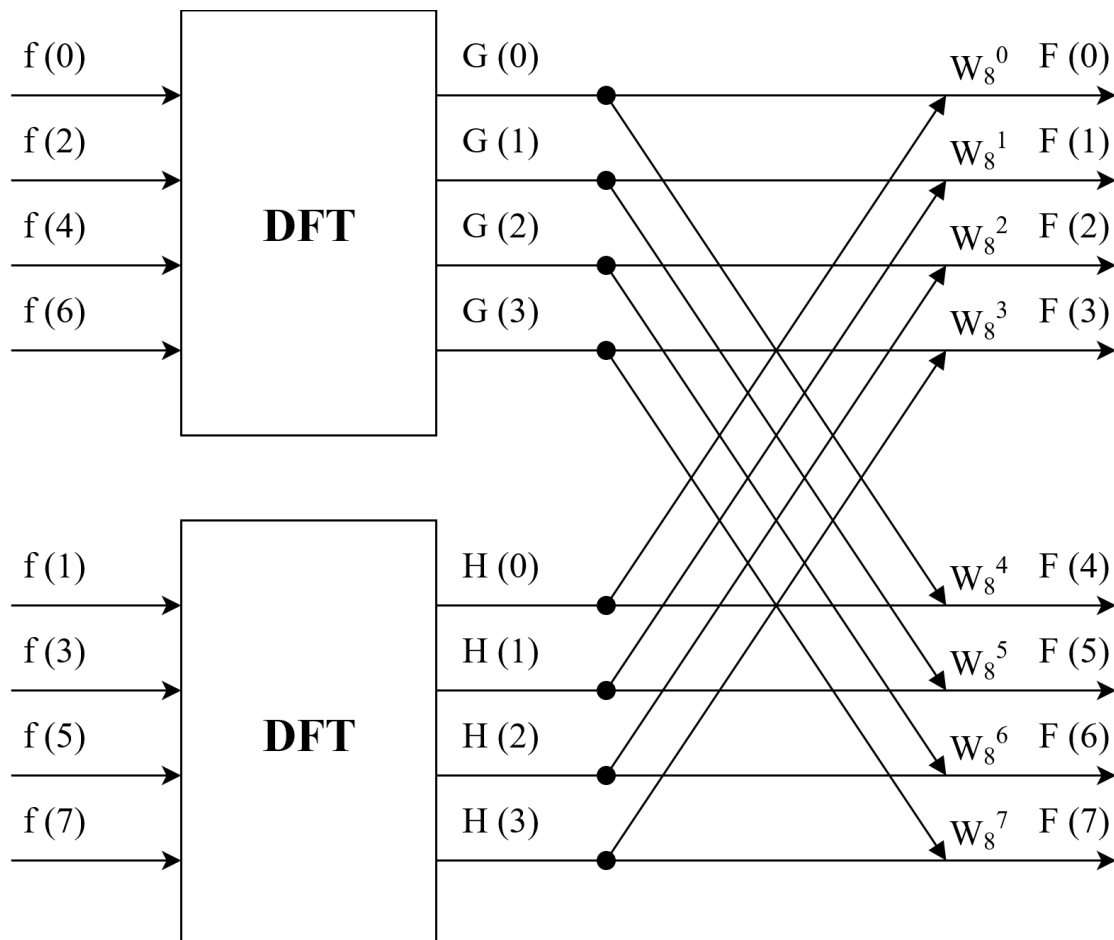
- Definujte sinusový diskrétní signál s variabilním počtem prvků (50, 100, 200 až 20 000)
- Sestavte algoritmus DFT podle vývojového diagramu



- Implementujte FFT
 - $F = \text{fft}(f)$
- Změřte dobu výpočtu spektra pomocí stopky (tic toc) pro danou délku signálu
 - tic % začátek měření
 - kód algoritmu
 - toc % konec algoritmu
 - doba trvání se vypíše v Command Window
- Měření opakujte pro různé délky signálu (od 50 do 20 000 prvků)
- Časy výpočtů zaznamenejte do tabulky a zobrazte v grafu, reprezentující závislost výpočetního času na počtu vzorků signálu.

6.2 Bonusová (dobrovolná) úloha

- Napište podle v MATLABU kód pro výpočet FFT podle následujícího algoritmu:



- Pro koeficient W platí:

$$W_N^k = \left(e^{-j\frac{2\pi}{N}} \right)^k$$

6.3 Implementace vlastního STFT

- Definujte diskrétní stacionární signál jako součet několika sinusovek s různými frekvencemi a amplitudami. Například:

$$x = 20 \cdot \sin(2\pi 50t) + 30 \cdot \sin(2\pi 100t)$$

- Vytvořte vlastní algoritmus pro výpočet STFT pomocí vývojového diagramu (v červeném rámečku se nachází definování proměnných, v zeleném potom samotný výpočet STFT)



- Vykreslete spektrogram
 - `surf(linspace(N/vf, 0, size(MaticeSpekter, 2)), linspace(0, vf/2, size(MaticeSpekter, 1)), MaticeSpekter)`

6.4 využití MATLAB funkce spectrogram

Zobrazte pomocí funkce spectrogram časově-frekvenční spektrum signálů z předešlé úlohy a porovnejte je.

```
[~, w, t, psd] = spectrogram(x, okno, prekryti, nfft, vf);
```

- Funkce spektrogram vrací tři proměnné
 - psd = matice spekter (power spektral density)
 - w = frekvenční osa
 - t = časová osa
- Vstupní proměnné jsou
 - x = signál
 - okno = hamming(delkaOkna) %definování délky a tvaru okenní funkce
 - prekryti = delkaOkna – hop
 - hop = round(delkaOkna * overlap/100) % overlap v procentech
 - nfft = počet bodů pro výpočet spektra
 - vf = vzorkovací frekvence signálu
- Převedení matice spekter do logaritmického měřítka
 - s = 20*log10(sqrt(psd.*enbw(okno, vf))*sqrt(2)) %[dB]
- Vykreslení spektrogramu
 - surf(t,w,psd)

6.5 Analýza vlivu šumu na spektrogram

- Ze složky *databáze* načtěte do Workspace biologické signály
- Pomocí kódu v souboru *noise.m* přidejte bílý šum (SNR = 5 dB) do signálu ECG6
- Vzorkovací frekvenci signálu zjistíte z přiložených excel souborů
- Pro oba signály (původní a s aditivním šumem) zobrazte spektrogramy pomocí funkce spectrogram z předešlé úlohy a popište je
- Vypočítejte korelační koeficienty a střední kvadratické chyby (MSE) původního signálu a signálu s aditivním šumem pro různé hodnoty SNR (0 dB až 40 dB). Pro výpočty využijte následující příkazy:
 - corrcoef(s, s_noise)
 - immse(s, s_noise)
- Naměřená data zaznamenejte do tabulky a zobrazte v grafu, reprezentující závislost korelačního koeficientu a MSE na SNR.

6.6 Analýza biologických signálu pomocí spektrogramu

- Vypočítejte a vykreslete spektrogramy pro následující signály z databáze:
 - ECG3, ECG4, ECG12, EEG9, EEG1, EMG3
- Měňte délku, tvar a překrývání oken pro dosažení co nejlepšího časového a frekvenčního rozlišení
- Okomentujte spektrogramy (použité okno, artefakty, zašumnění, ...)

7. Kontrolní otázky

1. Uveďte podstatu Fourierovy transformace
2. Jmenujte alespoň dva algoritmy FFT
3. Vysvětlete, co je to stacionarita signálu.
4. Uveďte příklady stacionárních/nestacionárních biologických signálů.
5. Vysvětlete obecný princip metody STFT a její výhody oproti frekvenční analýze.
6. Uveďte parametry STFT a jak ovlivňují výsledek analýzy.
7. Jaký vliv má délka okna na spektrogram?
8. Čím se od sebe liší signály ECG3 a ECG4?